Newton

Natuurkunde voor de bovenbouw

VWO KATERN 4 Relativiteitstheorie

LRN·line

ThiemeMeulenhoff

Auteurs
Jan Flokstra, Aart Groenewold, Kees Hooyman, Carolien Kootwijk, Koos Kortland.
Mark Bosman, Nicole ten Broeke, Torsten van Goolen, René Hazejager, Michel Philippens,
Mariska van Rijsbergen, Hein Vink.

Eindredactie
Jan Flokstra, Aart Groenewold

Eindredactie digitaal
Evert-Jan Nijhof

Bureauredactie
Easy Writer, Maurik

Opmaak
Crius Group

Ontwerp en beeldresearch
Michelangela, Utrecht

Tekeningen
Jaap Wolters, Amersfoort, DDCom, Veldhoven

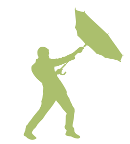
Over ThiemeMeulenhoff
ThiemeMeulenhoff ontwikkelt zich van educatieve uitgeverij tot een learning design company. We brengen content, leerontwerp en technologie samen. Met onze groeiende expertise, ervaring en leeroplossingen zijn we een partner voor scholen bij het vernieuwen en verbeteren van onderwijs. Zo kunnen we samen beter recht doen aan de verschillen tussen lerenden en scholen en ervoor zorgen dat leren steeds persoonlijker, effectiever en efficiënter wordt.

Samen leren vernieuwen.
www.thiememeulenhoff.nl

ISBN 978 90 06 98797 3
Vijfde druk, tweede oplage, 2022

Deze uitgave is volledig CO_2-neutraal geproduceerd.
Het voor deze uitgave gebruikte papier is voorzien van het FSC®-keurmerk.
Dit betekent dat de bosbouw op een verantwoorde wijze heeft plaatsgevonden.

Inhoud



Er zijn werkbladen en experimenten beschikbaar. Je docent maakt een keuze hieruit en zal deze verspreiden.

HOOFDSTUKVRAAG

INLEIDING

PARAGRAAFVRAAG

Als je een **T** bij een opgave ziet staan, kun je aan de slag met een tekenblad. Tekenbladen vind je in je eigen digitale omgeving.

* In de gele kaders zie je samengevatte leerstof.

In de paarse kaders zie je formules en rekenvoorbeelden.

Van elk hoofdstuk is er een uitgebreide samenvatting.

WERKEN MET NEWTON VOOR DE LEERLING

Op jouw school werk je met de methode Newton. Met je klasgenoten ga je ontdekken en onderzoeken hoe de natuurkunde in theorie en in de praktijk werkt, zodat je je goed kunt voorbereiden op het eindexamen. Op deze pagina vind je uitleg over de onderdelen die je tegenkomt bij het werken met Newton.

Keuzekatern en digitaal materiaal

Alle leerstof die je nodig hebt voor het keuzeonderwerp *Relativiteitstheorie* vind je in dit keuzekatern. Ook vind je verwijzingen naar onderdelen die de docent verspreidt.

Introductie

Het keuzekatern begint met een introductieparagraaf. Je maakt kennis met het onderwerp vanuit de praktijk. Dan zie je de hoofdstukvraag, zodat je weet wat je gaat leren. In overleg met je docent ga je aan de slag met de opgaven en werkbladen.

Paragraaf

Elke paragraaf heeft dezelfde opbouw:

- **Ontdekken:** Met de experimenten, opgaven en de ontdekactiviteiten op werkbladen ontdek je hoe de natuurkunde werkt. Je docent bepaalt met welke experimenten en andere ontdekactiviteiten je aan de slag gaat. Bij Ontdekken wordt de paragraafvraag geïntroduceerd, zodat je een beeld hebt waarover het in deze paragraaf zal gaan.
- **Begrijpen:** Alle belangrijke leerstof wordt in begrijpelijke taal aan je uitgelegd. Belangrijke begrippen zijn weergegeven als ***paarse woorden***. Deze vind je ook in het register achter in dit keuzekatern. Samenvattingen van de uitleg vind je in aparte gele kaders direct onder de leerstof. De opgaven zijn erop gericht om je de leerstof goed te laten begrijpen. Bij sommige opgaven heb je een tekenblad nodig om iets te tekenen.
- **Beheersen:** De leerstof van Begrijpen wordt uitgebreid, zodat je ermee kunt gaan redeneren en rekenen. Formules zie je in aparte paarse kaders. Naast een formule vind je in de marge soms een of meer rekenvoorbeelden. In de opgaven leer je zowel redeneren als rekenen. De uitkomsten van de rekenopgaven vind je achter in dit keuzekatern.

Verdieping

Aan het einde van dit keuzekatern kun je je extra verdiepen in het onderwerp met extra leerstof en opgaven.

Afsluiting

Je blikt terug op de hoofdstukvraag. Kun je deze nu beantwoorden? Je maakt aan de hand van vragen zelf een samenvatting. Dit kun je doen op basis van de korte samenvattingen in de paragrafen.
In de keuzeopdrachten leer je hoe de natuurkunde van het hoofdstuk werkt in andere praktijksituaties. Je docent bepaalt of je ermee aan de slag gaat.
Met de eindopgaven test je jezelf op examenniveau: ben je klaar voor het echte werk?

Leerdoelen

Bij elke paragraaf horen leerdoelen. De leerdoelen staan hier overzichtelijk bij elkaar. Daarmee kun je voor jezelf nagaan welke leerdoelen je wel of nog niet beheerst.

WERKEN MET NEWTON VOOR DE DOCENT

Newton is een contextgerichte methode met veel aandacht voor begripsontwikkeling, experimenten en differentiatie.

Alles voor het centrale examen en schoolexamen

Per leerjaar is er voor havo en voor vwo een leerwerkboek met de verplichte leerstof voor CE en SE. Elk subdomein is ondergebracht in een hoofdstuk. Daarnaast zijn er zowel voor havo als voor vwo vier keuzekaternen met aparte hoofdstukken voor de SE-keuzedomeinen.

Digitaal materiaal voor leerling en docent

Via je licentie krijg je als docent toegang tot de digiboeken van de leerwerkboeken en de SE-keuzehoofdstukken. Ook heb je de beschikking over werkbladen, experimenten, keuzeopdrachten, toetsen en vele extra's. Je kunt zelf kiezen wat je je leerling aanbiedt.

Herkenbare didactische opbouw

Elke paragraaf heeft een didactische opbouw die flexibel kan worden ingezet:

1 Het onderdeel ***Ontdekken*** is bedoeld voor activerend leren in de vorm van experimenten en ontdekactiviteiten. Deze vind je op de docentenpagina als werkbladen en experimenten. Je kunt zelf een selectie maken en onder de leerlingen verspreiden.
2 De kern van de leerstof van elke paragraaf bestaat uit de onderdelen Begrijpen en Beheersen. Bij ***Begrijpen*** is er sprake van kwalitatieve begripsvorming. Opgaven zijn voornamelijk gericht op begripsontwikkeling.
3 In het onderdeel ***Beheersen*** wordt de stap gezet naar kwantitatieve beheersing. De benodigde formules worden hier aangeboden. In de nieuwe examens wordt namelijk steeds meer een beroep gedaan op het kunnen beredeneren van de oplossing van een vraagstuk.

Verdieping en Afsluiting

De paragraaf ***Verdieping*** biedt bij elk hoofdstuk de mogelijkheid voor differentiatie. De leerstof is een aanvulling voor de gemotiveerde leerling, maar valt buiten het CE-examenprogramma. De leerstof van Verdieping kan naar eigen inzicht worden getoetst. Hetzelfde geldt voor de keuzeopdrachten, waarnaar in de ***Afsluiting*** verwezen wordt.

Context leidt tot inzicht in concept

Elk hoofdstuk en elk keuzekatern van Newton begint met een contextuele vraag waarmee de theorie en de opgaven toepassingsgericht worden aangeboden. De contextkaders op een paarse achtergrond (geen examenstof) bieden toepassing in concrete praktijkvoorbeelden. Er wordt extra gevarieerd met contexten in de opgaven, keuzeopdrachten en eindopgaven. Zo oefent de leerling met het oplossen van vraagstukken in bestaande en nieuwe contexten.

Extra aandacht voor vaardigheden

Hoofdstuk 15 van het leerwerkboek richt zich op de voorbereiding voor het examen. Hoofdstuk 11 omvatte rekenvaardigheden en wiskundige vaardigheden.
In hoofdstuk 6 zijn aan bod geweest: rekenen, onderzoeken, modelleren en ontwerpen.

ONTDEKKEN

Centrale vraag voor de leerling:
"Waar gaat dit over?"

BEGRIJPEN

Centrale vraag voor de leerling:
"Wat is hier aan de hand?"

BEHEERSEN

Centrale vraag voor de leerling:
"Wat moet ik hiermee kunnen?"

K4

Relativiteitstheorie

Ruimtetijd

1 Introductie

De snelheid waarmee een voorwerp beweegt kan voor verschillende waarnemers verschillend zijn. In figuur 1 fietst Vincent met een snelheid van 6,0 m/s naar Thomas en gooit een bal met een snelheid van 2,0 m/s van zich af in de richting van Thomas. De bal komt dus bij Thomas aan met een snelheid van 8,0 m/s.

Eenzelfde optelling van snelheden blijkt echter niet te gelden voor een lichtsignaal. Als ruimtevaarder John met halve lichtsnelheid komt aanvliegen naar Olga in haar ruimtestation en haar een lichtsignaal stuurt, komt dat niet met 1,5 × de lichtsnelheid bij Olga aan. Bij meting door Olga blijkt het lichtsignaal zich met precies even grote snelheid, de lichtsnelheid c, voort te planten als waarmee John het weg stuurde. De snelheid van licht is (in vacuüm) voor elke waarnemer gelijk, ongeacht of de lichtbron of de waarnemer ten opzichte van elkaar bewegen. Daarom wordt de lichtsnelheid een absolute grootheid genoemd, die in vacuüm altijd dezelfde absolute waarde heeft. Wat de gevolgen daarvan zijn, daar gaat de ***speciale relativiteitstheorie*** van Einstein over. Ook volgt uit de speciale relativiteitstheorie dat een voorwerp nooit sneller kan bewegen dan de lichtsnelheid. Daarmee hangt samen dat de massa van een voorwerp toeneemt naarmate de snelheid groter wordt.

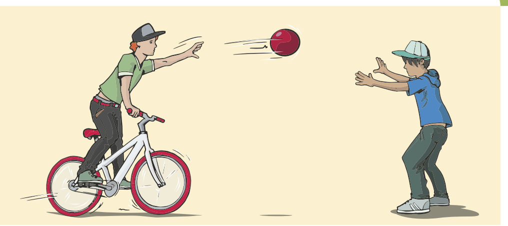
HOOFDSTUKVRAGEN

Wat zijn voor de begrippen afstand en tijd de gevolgen van de hypothese dat de lichtsnelheid voor iedere waarnemer altijd dezelfde waarde heeft? En wat is het gevolg van de aanname dat niets sneller kan bewegen dan de lichtsnelheid?

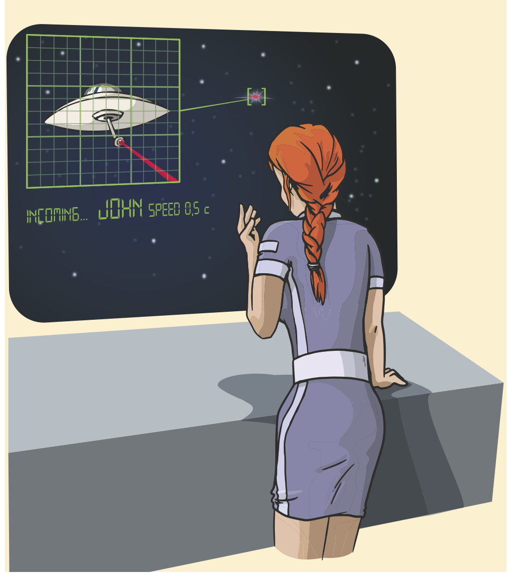
Dit katern gaat over de speciale relativiteitstheorie en beperkt zich tot eenparig bewegende waarnemers. In het dagelijks leven merk je niets van de effecten van deze theorie, doordat de 'dagelijkse' snelheden erg klein zijn vergeleken met de lichtsnelheid.

In dit katern staan de volgende vragen centraal:

- Hoe kun je de lichtsnelheid meten? Hoe is vastgesteld dat elektromagnetische golven geen medium nodig hebben? Wat is een referentiesysteem? (paragraaf 2)
- Hoe kun je tijdrek en lengtekrimp verklaren als gevolg van de voor iedereen gelijke waarde van de lichtsnelheid? (paragraaf 3)
- Hoe kun je gebeurtenissen en bewegingen weergeven in een ruimtetijddiagram en hiermee de (on)mogelijkheid van gelijktijdigheid onderzoeken? (paragraaf 4)
- Hoe kun je verklaren dat niets sneller kan gaan dan de lichtsnelheid in vacuüm? (paragraaf 5)



Figuur 1



Figuur 2

Figuur 3 **Albert Einstein (1879 – 1955). Het jaar 1905 staat bekend als het wonderjaar in zijn wetenschappelijk leven. Hij publiceerde in dat jaar over de Brownse beweging, de soortelijke warmte, het foto-elektrisch effect en de speciale relativiteitstheorie. Einstein ontving in 1921 een Nobelprijs voor zijn verklaring van het foto-elektrisch effect.**

Figuur 4 James Clerk Maxwell (1831 - 1879)

SPECIALE EN ALGEMENE RELATIVITEITSTHEORIE

De speciale relativiteitstheorie van Einstein kwam in 1905 niet helemaal uit de lucht vallen. In 1873 had Maxwell vier vergelijkingen opgesteld waarmee alle tot dan toe bekende elektrische en magnetische verschijnselen, zoals lorentzkracht en inductie, beschreven konden worden. Uit deze vergelijkingen volgde ook dat het mogelijk moest zijn radiogolven op te wekken en te verzenden met een voortplantingssnelheid in vacuüm die de lichtsnelheid $c = 3{,}0 \cdot 10^8$ m/s bleek te zijn. Dus ook licht zou een elektromagnetisch golfverschijnsel kunnen zijn.
De toevoeging 'speciale' bij relativiteitstheorie heeft te maken met de in 1916 door Einstein gepubliceerde Gravitatietheorie of Algemene Relativiteitstheorie. De theorie van 1905 beperkt zich tot eenparig bewegende voorwerpen en waarnemers. Versnelde bewegingen worden 'behandeld' in de Algemene Relativiteitstheorie. Daarin voorspelde Einstein onder andere ook het bestaan van zwarte gaten en de mogelijkheid van gravitatiegolven, die pas ruim een eeuw later daadwerkelijk gemeten zijn.

1 Waar of niet waar? Verbeter de onjuiste uitspraken.

- **a** De lichtsnelheid heeft overal en altijd dezelfde waarde.
- **b** Licht afkomstig van een ster die van ons af beweegt heeft een kleinere snelheid dan licht van een ster die naar ons toe beweegt.

2 Vroeger was de eenheid van tijd (de seconde) afgeleid uit de beweging van de aarde in het zonnestelsel. Tegenwoordig is de tijdsduur van een seconde gebaseerd op de frequentie van geabsorbeerde radiostraling bij een bepaalde overgang in het cesiumatoom. In de astrofysica wordt vaak de eenheid lichtjaar (lj) gebruikt en bij de relativiteitstheorie de lichtseconde (ls).

- **a** Van welke grootheid zijn lichtjaar en lichtseconde eenheden?
- **b** Bereken de afstand die een voorwerp met een snelheid van 10% van de lichtsnelheid aflegt in een minuut. Geef het antwoord in lichtseconde.

3 Vroeger gold de lengte van een platinastaaf, die bij Parijs wordt bewaard, als de eenheid van lengte (de meter). Nauwkeurige metingen met behulp van moderne atoomklokken hebben een lichtsnelheid opgeleverd van 299 792 458 m/s (gebaseerd op de meter van de platinastaaf van Parijs). De eenheid van lengte (of afstand) is tegenwoordig gebaseerd op de vaste waarden van de seconde en de lichtsnelheid.

- **a** Leg uit hoe de lengte van 1 m nu is gedefinieerd.
- **b** Leg uit waarom men niet gekozen heeft voor de meer eenvoudige afspraak $c = 300\ 000\ 000$ m/s.

2 Lichtsnelheid, ether en referentiesysteem

ONTDEKKEN

De relativiteitstheorie was een grote stap in de ontwikkeling van de natuurkundige theorie over elektromagnetische straling en bewegingen van voorwerpen bij grote (onderlinge) snelheden. Het was een opmerkelijke nieuwe stap die lang niet iedereen meteen wilde of kon volgen. Eind 19de eeuw was duidelijk dat licht een vorm van elektromagnetische straling is die zich als golfverschijnsel voortplant met een snelheid van ongeveer $3 \cdot 10^8$ m/s. En omdat bijvoorbeeld watergolven en geluidsgolven trillingen doorgeven in water respectievelijk in lucht, dacht men dat elektromagnetische golven zich als trillingen voortplanten in een medium dat je niet kunt zien of voelen, de *ether*. Maar als het hele heelal gevuld is met die ether, beweegt de aarde daar dan doorheen? Is er een *etherwind* te meten? Dat was rond 1900 een grote vraag.

W1 Experiment van Michelson en Morley

W2 Bepaling van de lichtsnelheid door Fizeau en anderen

Experiment 1: Lichtsnelheid 'bepalen' in een magnetron

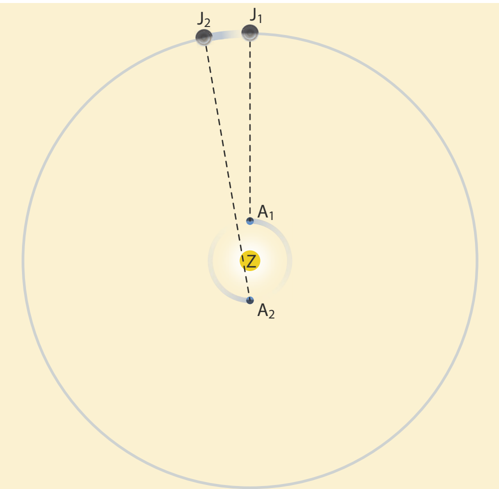
PARAGRAAFVRAGEN

Hoe kun je de lichtsnelheid meten? Hoe is vastgesteld dat elektromagnetische golven geen medium nodig hebben? Wat is een referentiesysteem?

BEGRIJPEN

De lichtsnelheid meten

In 1676 ontdekte de Deen Ole Rømer onregelmatigheden in de verduisteringen van Io, een maan van Jupiter. Het tijdstip waarop deze maan achter Jupiter verdween viel steeds later naarmate de afstand tussen de aarde en Jupiter toenam en vroeger als de afstand weer kleiner werd. Zie figuur 5. Het grootste gemeten tijdverschil was ongeveer 22 minuten. Die tijd had het licht kennelijk nodig om de afstand af te leggen tussen A_1 en A_2, de diameter van de aardbaan om de zon. Licht heeft dus tijd nodig om een afstand af te leggen, was de conclusie. De lichtsnelheid is niet oneindig groot. Als Rømer de baanstraal van de aarde had geweten, had hij de lichtsnelheid kunnen bepalen. Enige jaren later berekende Christiaan Huygens uit de waarnemingen van Ole Rømer en de toen wel bekende afstand van de aarde tot de zon een lichtsnelheid van 225 000 km/s.

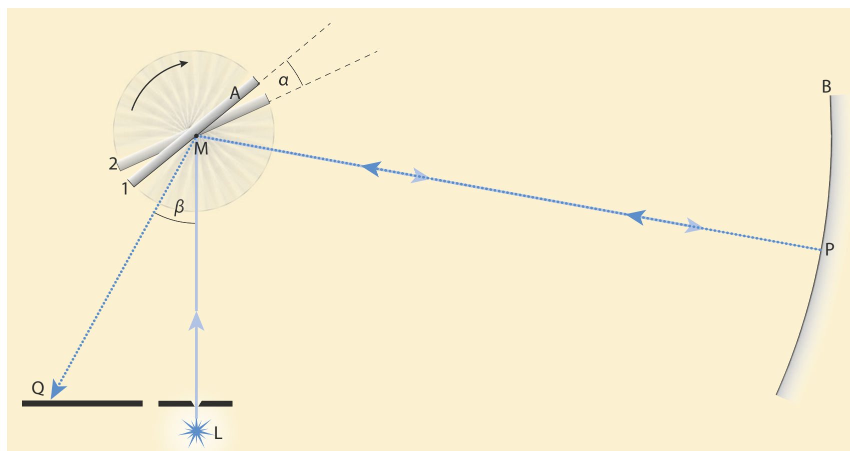


Figuur 5 **De aarde (A) draait om de zon (Z). In een halfjaar verplaatst de aarde zich van A_1 naar A_2 en is Jupiter van J_1 naar J_2 gegaan.**

Léon Foucault gebruikte in 1862 een opstelling met een heel snel ronddraaiend spiegeltje om de lichtsnelheid te meten. Zie figuur 6. Foucault kwam uit op een lichtsnelheid van 298 000 km/s. In 1887 verbeterde en verfijnde Albert Michelson de methode en vond een waarde van 299 798 km/s. Daarmee was eindelijk een methode ontwikkeld om de lichtsnelheid met grote nauwkeurigheid (binnen 0,01%) te meten.

EXPERIMENT VAN FOUCAULT

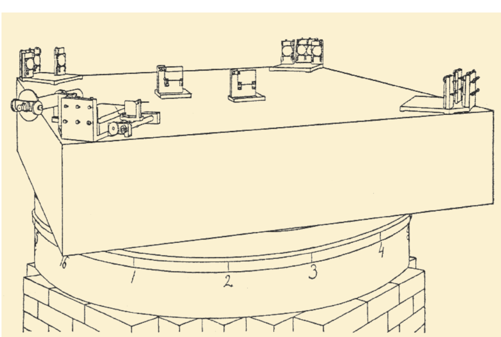
De lichtstraal uit bron L in figuur 6 weerkaatst eerst tegen het ronddraaiende spiegeltje. Vervolgens weerkaatst de ronde spiegel B deze lichtstraal terug naar het draaipunt M van het spiegeltje, dat in de tussentijd van stand 1 naar stand 2 is gedraaid. Daardoor wordt het licht niet terug naar de bron weerkaatst, maar naar punt Q. Uit het toerental van het spiegeltje en de hoek $\beta=2\alpha$ kon Foucault de tijd bepalen die het licht nodig heeft voor het overbruggen van de afstand van M naar P en terug.



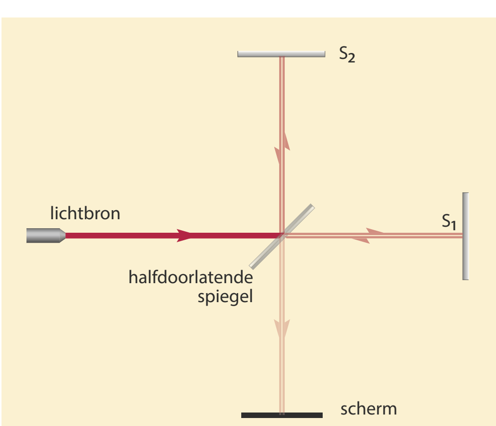
Figuur 6 **Meting van de lichtsnelheid door Foucault. Voor de duidelijkheid is hoek β overdreven groot getekend.**

De lichtsnelheid en de ether

Als elektromagnetische golven zich voortplanten in de ether die overal in het heelal aanwezig zou moeten zijn, beweegt alles op aarde dus met de aarde door die ether heen. Dat betekent dat je van die ***etherwind*** iets zou moeten kunnen waarnemen, dacht men. Michelson en Morley probeerden met hun experiment in 1887 de beweging van de aarde in deze ether te meten. Doordat de aarde naar het oosten toe draait en beweegt in het zonnestelsel, zou er een etherwind meetbaar moeten zijn die uit het oosten komt. Een lichtsignaal dat noord-zuid heen-en-weer kaatst zou er dan korter over doen dan een lichtsignaal dat dezelfde afstand oost-west heen-en-weer aflegt. Dat is vergelijkbaar met het voorbeeld van de watertaxi van figuur 8a en b. De stromende rivier staat daarin model voor de stromende ether en de watertaxi voor het lichtsignaal. Michelson en Morely hoopten het tijdverschil te kunnen aantonen door een verschuiving van het interferentiepatroon op het scherm als ze hun opstelling voorzichtig een kwartslag draaiden. Maar hoe voorzichtig en secuur Michelson en Morley hun opstelling ook draaiden, er bleek geen verandering in het interferentiepatroon op te treden. Het bestaan van een etherwind kon niet aangetoond worden.



Figuur 7a **Tekening van de opstelling van Michelson en Morley**



Figuur 7b **Schematische weergave van het Michelson-Morley-experiment, van bovenaf gezien**

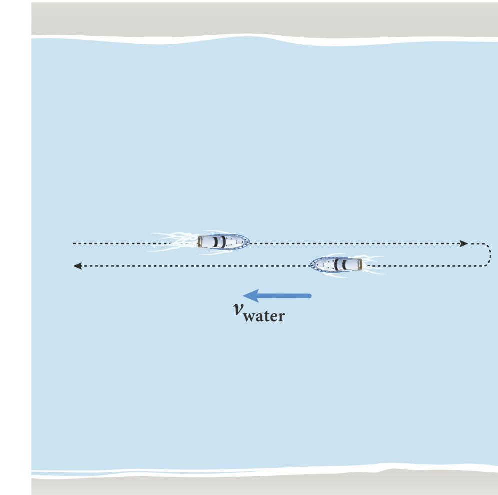
VAREN OP STROMEND WATER

Een watertaxi vaart met een constante snelheid van 12 m/s ten opzichte van het water in een rivier die 1,5 km breed is en met 3,0 m/s stroomt. De taxi vaart eerst 1,5 km stroomafwaarts en daarna weer terug (zie figuur 8a). De heenweg duurt $\frac{1500}{12+3} = 100$ s en de terugweg $\frac{1500}{12-3} = 166$ s, totaal dus 266 s.
Vervolgens maakt de watertaxi een tocht waarbij hij dezelfde rivier loodrecht oversteekt en weer terugvaart naar het startpunt. De boot vaart weer met 12 m/s door het water, maar omdat het water ook beweegt moet de schipper schuin tegen de stroom in sturen. Met behulp van de vectortekening in figuur 8b en Pythagoras zie je je dat de 'oversteeksnelheid' van de boot 11,6 m/s is. De oversteek duurt nu 2 keer $\frac{1500}{11,6} = 129$ s, dus 258 s.
Heen-en-weer dwars op de stroom duurt dus ietsje minder lang dan even ver heen-en-weer in de stroomrichting.

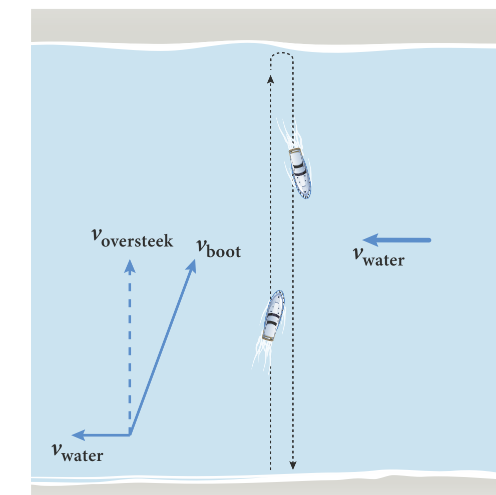
Bewegingen en referentiesystemen

Voor het beschrijven van een beweging is een ***referentiesysteem*** nodig. Dat is een omgeving ten opzichte waarvan je de beweging beschrijft. Voor de watertaxi van figuur 8 zijn er twee referentiesystemen. Het ene referentiesysteem is het water van de stromende rivier waar hij met een bepaalde snelheid en richting doorheen vaart. Het andere referentiesysteem bestaat uit de bodem en de oevers van de rivier ten opzichte waarvan de boot zijn heen-en-weer tochten maakt.

Een ander voorbeeld waarin een beweging in verschillende referentiesystemen verschillend waargenomen wordt, is te zien in figuur 9a en b. Een treinreiziger gooit een bal recht omhoog en vangt hem weer op. In zijn referentiesysteem is de beweging uitsluitend in de verticale richting (zie figuur 9a). Een waarnemer op het perron waar de trein langs rijdt, neemt een andere beweging waar: een paraboolbaan met een horizontale en een verticale verplaatsing (zie figuur 9b). De hoogte die de bal bereikt en de tijd die de bal nodig heeft om omhoog en omlaag te bewegen zijn in beide referentiesystemen gelijk. Ook loopt de klok in de trein gelijk met de klok op het perron. Maar beide waarnemers zullen een andere snelheid meten. Snelheid is altijd ten opzichte van een referentiesysteem.

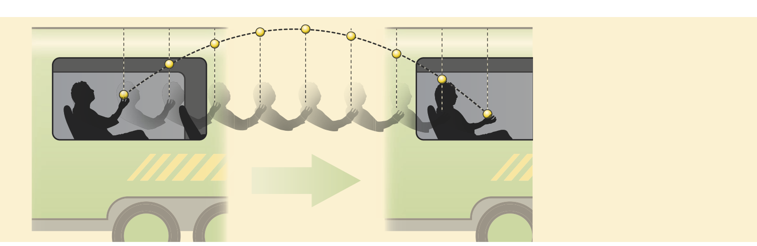


Figuur 8a **Een watertaxi maakt een tochtje op de rivier: eerst stroomopwaarts en dan weer terug.**



Figuur 8b **Een watertaxi maakt een tochtje op de rivier: de taxi steekt loodrecht over en dan weer terug.**

Figuur 9a **In de trein gaat de bal recht omhoog en omlaag.**



Figuur 9b **Volgens een persoon op het perron beschrijft de bal een paraboolbaan.**

- Licht is een vorm van elektromagnetische straling.
- De lichtsnelheid in vacuüm is bij benadering 300 000 km/s.
- Elektromagnetische straling heeft geen ether nodig.
- Een referentiesysteem is een omgeving ten opzichte waarvan je een beweging beschrijft.

4 Uit de resultaten van Rømer berekende Huygens de lichtsnelheid. Hij kwam uit op 225 000 km/s. Welke straal van de baan van de aarde om de zon gebruikte hij daarbij?

5 In de opstelling van Foucault (figuur 6) hangt de hoek β bij de teruggekaatste lichtstraal af van de draaihoek α van de spiegel.

- **a** Leg uit dat daarbij geldt: $\beta = 2\alpha$.
- **b** Leg uit dat het scherm bij Q niet constant oplicht maar heel korte, zwakke lichtflitsjes heel snel na elkaar laat zien.
- **c** Leg uit dat die lichtflitsjes wel allemaal in hetzelfde punt Q op het scherm terechtkomen.
- **d** Leg uit dat hoek β toeneemt naarmate de rotatiesnelheid van het spiegeltje toeneemt
- **e** Leg uit dat bij maximaal toerental hoek β groter is naarmate de afstand MP groter is.

6 Foucault gebruikte een afstand MP = 600 m. De spiegel draaide rond met een toerental van 256 omw/s. Daarbij vond hij voor de hoek α een waarde van 0,370°.

- **a** Controleer dat voor het tijdverschil tussen twee weerkaatsingen in M geldt: $\Delta t = 4{,}01 \cdot 10^{-6}$ s.
- **b** Bereken daarmee de lichtsnelheid.

7 Michelson en Morley konden het verschil in looptijd tussen de route via S_1 en via S_2 natuurlijk niet meten. Wel konden ze een eventuele verandering van dat verschil in looptijd waarnemen door te kijken of het interferentiepatroon zou verschuiven tijdens het ronddraaien van de opstelling.

- **a** Leg uit waarom ze hun hele opstelling op een grote draaitafel hadden gemonteerd.

Omdat onderlinge bewegingen de waarneming onmogelijk zouden maken, zaten de lichtbron, de spiegels, de lenzen en het scherm op een grote marmeren draaitafel gemonteerd (zie figuur 7a).

- **b** Leg uit waarom Michelson en Morley hun opstelling in een bak kwik lieten drijven en niet op wieltjes lieten draaien.

8 Michelson en Morley hadden van tevoren uitgerekend welke snelheid van de etherwind ze konden verwachten. Ze gingen uit van een afstand van de aarde tot de zon van $1{,}5 \cdot 10^{11}$ m en een omtrek van de aarde van $4{,}0 \cdot 10^{7}$ m. Voor de lichtsnelheid namen ze $3{,}00 \cdot 10^{8}$ m/s.

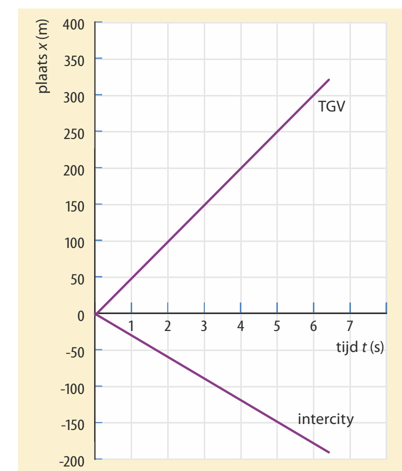
- **a** Laat met een berekening zien dat de aarde rond de zon beweegt met een snelheid van ongeveer 30 km/s.
- **b** Laat met een berekening zien dat hun opstelling met maximaal 0,5 km/s met de aarde mee om de aardas draaide.
- **c** Leg uit dat de verwachte etherwind niet groter is dan 0,01% is van de lichtsnelheid.

9 Om te laten zien dat het handig kan zijn een beweging vanuit een ander standpunt te beschouwen, bedacht de natuurkundige George Gamov ooit het volgende vraagstuk dat op het eerste gezicht te weinig gegevens bevat.
Op een rivier in Schotland roeit een visser in zijn bootje stroomopwaarts naar huis. Hij is een zeer ervaren roeier en trekt altijd zó hard aan de riemen dat het bootje met 1,5 m/s door het water gaat. Op de achterplecht van zijn bootje staat een halfvolle fles whisky. Helaas wordt die fles door een golf overboord geslagen op het moment dat het bootje onder een brug door vaart. De visser merkt het pas na 5 min. Hij keert vliegensvlug om en roeit terug naar de, gelukkig drijvende, halfvolle fles whisky. Hij pikt de fles 300 m stroomafwaarts van de brug weer op.
Bereken de stroomsnelheid van de rivier.

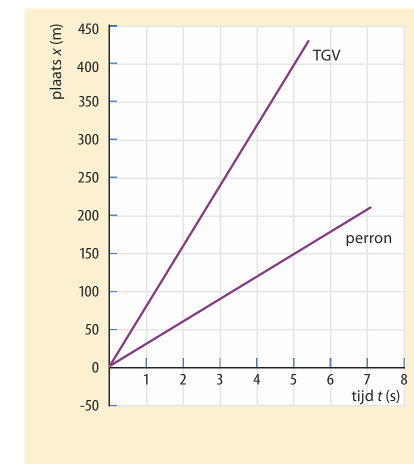
BEHEERSEN

Diagrammen

Bewegingen beschrijf je altijd vanuit een referentiesysteem met een assenstelsel. Meestal kies je als waarnemer je positie in de oorsprong van jouw referentiesysteem. Bij meerdere waarnemers heeft elke waarnemer een eigen referentiesysteem. En elke waarnemer tekent dus zijn eigen plaats-tijddiagram, zoals in de figuren 10 en 11.



Figuur 10



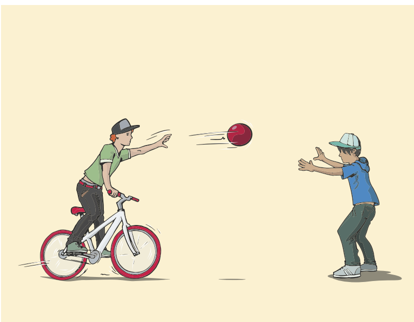
Figuur 11

Voorbeeld 1
Je staat op een perron waar tegelijkertijd een TGV met 180 km/h (50 m/s) voorbijkomt en een intercity die met 108 km/h (30 m/s) in tegengestelde richting rijdt. In jouw referentiesysteem zien de x,t-diagrammen van beide treinen eruit als in figuur 10.
Voor een waarnemer in de intercity geldt het x,t-diagram van figuur 11.
Een waarnemer in de intercity ziet zowel het perron als de TGV van zich af bewegen in positieve richting. De snelheid van de TGV is vanuit de intercity gezien 80 m/s en het perron heeft een snelheid van 30 m/s.

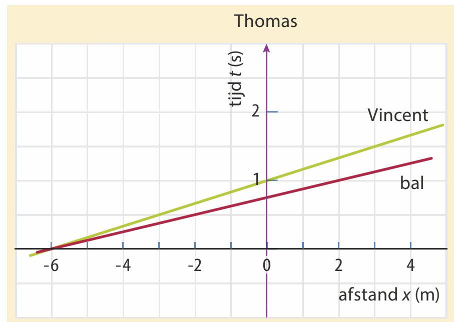
In dit katern zul je vooral t,x-diagrammen tegenkomen, zoals in figuur 13a en 13b. Daarbij staat de tijd verticaal en de plaats horizontaal. De keuze om de tijd-as verticaal te nemen is gebruikelijk in de relativiteitstheorie, maar deze keuze is geheel willekeurig.

Voorbeeld 2

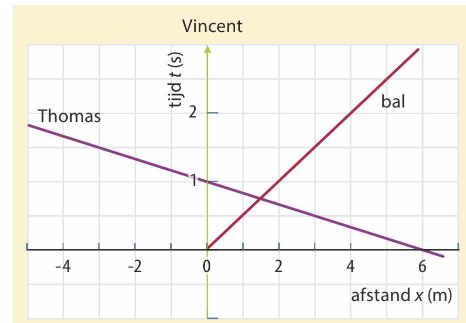
Als Vincent de bal naar Thomas gooit wanneer hij nog 6,0 m van Thomas af is, zien de bewegingen van de bal en van Vincent vanuit het referentiesysteem van Thomas eruit zoals in figuur 13a. Maar vanuit het referentiesysteem van Vincent ziet het eruit zoals figuur 13b. In beide diagrammen kun je zien dat de bal na 0,75 s bij Thomas is en dat Vincent na 1,0 s Thomas passeert.



Figuur 12



Figuur 13a Zoals Thomas het waarneemt



Figuur 13b Zoals Vincent het waarneemt

Referentiesystemen en de lichtsnelheid

Voor de metingen van Michelson en Morley was hun laboratoriumtafel het referentiesysteem. Maar de veronderstelde ether waarin het licht zich zou voortplanten behoort tot het zonnestelsel, dat bijvoorbeeld ook het referentiesysteem is waarin de baansnelheden van de planeten berekend worden. Dat het experiment van Michelson en Morley niet de verwachte uitkomst opleverde, kon men niet goed verklaren. Mede op grond van andere niet goed verklaarbare elektromagnetische verschijnselen opperde Hendrik Lorentz eind 19de eeuw de mogelijkheid dat de lengte van een voorwerp dat met zeer grote snelheid beweegt, in de bewegingsrichting korter is dan wanneer dat voorwerp stilstaat. Daardoor zou de oost-west arm in de opstelling van Michelson en Morley iets korter zijn dan de noord-zuid arm. Lorentz bedacht voor die *Lorentzcontractie* de formule die later ook Einstein in zijn theorie afleidde. Het nul-resultaat van Michelson en Morley kon Lorentz echter niet helemaal verklaren. Einstein draaide in 1905 het probleem om met de hypothese dat een meting van de lichtsnelheid in elk referentiesysteem altijd dezelfde waarde $c = 3{,}0 \cdot 10^8$ m/s oplevert.

10 De paragraafvragen zijn: Hoe kun je de lichtsnelheid meten? Hoe is vastgesteld dat elektromagnetische golven geen medium nodig hebben? Wat is een referentiesysteem? Wat is het antwoord op deze vragen?

11 Thomas ziet de bewegingen van de bal en van Vincent zoals in figuur 13a weergegeven. Vincent ziet de bewegingen van de bal en van Thomas zoals in figuur 13b.

- **a** Leg uit hoe je in beide diagrammen kunt zien dat de bal na 0,75 s bij Thomas is.
- **b** Leg uit hoe je in beide diagrammen kunt zien dat Vincent na 1,0 s Thomas passeert.
- **c** Bepaal in beide diagrammen de snelheid van de bal.

12 Je fietst met een constante snelheid van 4,0 m/s langs een stilstaande waarnemer op het trottoir. Op het moment van passeren gooi je een tennisbal verticaal omhoog met een snelheid van 3,0 m/s.

- **a** Leg uit dat bij het gooien van de bal in jouw referentiesysteem voor de horizontale positie geldt: $x = 0$.
- **b** Geldt voor de waarnemer op het trottoir in zijn referentiesysteem ook $x = 0$ op het moment van gooien?
- **c** Is het tijdstip van vangen voor beide waarnemers gelijk? Leg uit.
- **d** Is de positie van de bal op het moment van vangen voor beide waarnemers gelijk? Leg uit.
- **e** Leg uit dat voor de waarnemer op het trottoir de beginsnelheid groter is dan 3,0 m/s.
- **f** Hoe groot is volgens de waarnemer op het trottoir de beginsnelheid van de bal?
- **g** Schets de baan van de bal gezien door jou én door de waarnemer.

13 In het voorbeeld van de TGV en de intercity kun je de bewegingen ook vanuit de TGV beschouwen. Teken de bewegingen van het perron en de intercity gezien vanuit het referentiesysteem van de TGV.

14 In het voorbeeld waarin de bewegingen van Vincent en Thomas vanuit hun eigen referentiesystemen zijn getekend, kun je de bewegingen ook vanuit de bal beschouwen. Teken de bewegingen van Vincent en Thomas gezien vanuit het referentiesysteem van de bal.

3 Tijdrek en lengtekrimp

ONTDEKKEN

De speciale relativiteitstheorie beperkt zich tot eenparig bewegende waarnemers en hun referentiesystemen. Een referentiesysteem waarin geen versnellingen optreden heet een ***inertiaalstelsel***. De aanname dat elke waarnemer in zijn eigen inertiaalstelsel een zelfde vaste waarde van de snelheid van een lichtsignaal meet, leidt tot merkwaardige conclusies. De klokken van waarnemers in verschillende inertiaalstelsels die met constante snelheid ten opzichte van elkaar bewegen, kunnen dan niet even snel lopen. Beiden redeneren dat de klok van de ander langzamer moet lopen dan de eigen klok. Dit effect heet *tijdrek* (of tijddilatatie).

Ook beredeneren de twee waarnemers dat in de bewegingsrichting de lengte van een voorwerp bij de ander kleiner is dan hetzelfde voorwerp van henzelf. Dat verschijnsel wordt *lengtekrimp* genoemd. In de relativiteitstheorie volgen de relaties (formules) tussen de onderlinge snelheid van beide inertiaalstelsels v, de lengtekrimp $\frac{\Delta l}{l}$ en de tijdrek $\frac{\Delta t}{t}$ uit de aanname dat een meting van de lichtsnelheid in elk inertiaalstelsel dezelfde vaste waarde c oplevert.

De voorspelling van de tijdrek kon pas in de tweede helft van de 20$^{\text{ste}}$ eeuw geverifieerd worden met verschillende klokken, maar bleek veel eerder al wel te passen in een verklaring van onbegrepen verschijnselen zoals het muonverval in de atmosfeer.

PARAGRAAFVRAAG

Hoe kun je tijdrek en lengtekrimp verklaren als gevolg van de voor iedereen gelijke waarde van de lichtsnelheid?

BEGRIJPEN

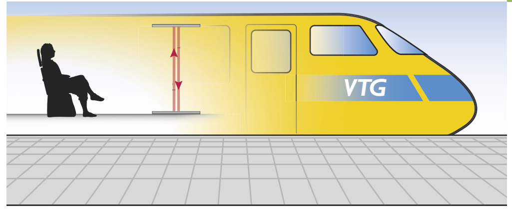
Relativiteitsprincipe

De naam van de relativiteitstheorie slaat op de hypothese van Einstein dat een eenparige beweging van een voorwerp alleen beschreven kan worden ten opzichte van een ander voorwerp of referentiesysteem. Het is onmogelijk om ***absoluut*** te bepalen of een voorwerp stilstaat of eenparig beweegt. Net zoals wanneer je op een station in een trein zit en vlak naast jouw trein een andere trein langzaam ziet bewegen. Dan kun je ook niet vaststellen of jouw trein beweegt en de andere stilstaat langs het perron of andersom, of dat beide treinen met ieder een eigen constante snelheid langs de perrons bewegen. Alleen hun onderlinge snelheden kun je bepalen. Omdat experimenten met snelheden in de buurt van de lichtsnelheid moeilijk in het echt gedaan kunnen worden, doe je de volgende experimenten met een supersnelle trein als ***gedachte-experiment***. Daarbij komt redeneren in de plaats van meten.

Tijdrek

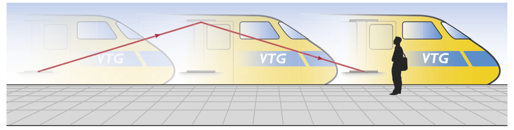
Stel je voor: een perron met daarop een waarnemer W_{perron} en een trein met daarin waarnemer W_{trein}. De trein kan langs het perron stilstaan maar ook langs het perron razen met zeer hoge constante snelheid, bijvoorbeeld de halve lichtsnelheid.

In figuur 14a zie je in de trein twee horizontale spiegels, één op de vloer en één aan het plafond. In de onderste spiegel zit een bron die een lichtflits af kan geven. Met een heel nauwkeurige atoomklok kan de tijd gemeten worden die de lichtflits doet over een aantal keren op-en-neer bewegen. De afstand tussen de spiegels is te meten met een meetlint.



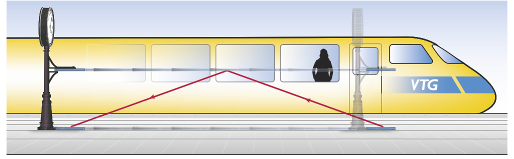
Figuur 14a De waarnemer in de trein ziet de lichtflits recht omhoog en omlaag bewegen.

Eerder heeft W_{trein} de verticale lichtsnelheid bepaald toen de trein stilstond langs het perron. In de rijdende trein bepaalt W_{trein} nogmaals de verticale lichtsnelheid. Naderhand, als de trein weer terug is en langs het perron staat, meldt W_{trein} aan W_{perron} dat de verticale lichtsnelheid tijdens de hogesnelheidsrit, gemeten met zijn klok en meetlat, niet anders was dan bij stilstand. Dat is voor W_{perron} onbegrijpelijk, want volgens hem is de lichtflits in de passerende trein niet recht maar schuin omhoog en omlaag gegaan (zie figuur 14b). En dus legt het licht dan een grotere afstand af. Dat kan W_{perron} alleen verklaren als de klok in de trein bij hoge snelheid langzamer loopt dan bij stilstand.



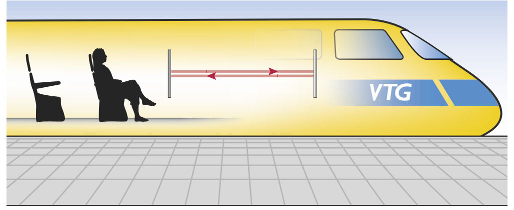
Figuur 14b De waarnemer op het perron redeneert dat de lichtflits in de trein op en neer een grotere afstand aflegt als de trein rijdt dan als hij stilstaat.

Maar het experiment is ook andersom mogelijk. De spiegelset met flitsbron en atoomklok wordt op het perron geplaatst en beide waarnemers meten daarmee de normale verticale lichtsnelheid. De trein raast nog een keer voorbij met W_{trein} erin en na afloop vraagt hij of W_{perron} tijdens de passage niet een andere lichtsnelheid op het perron heeft gemeten. Want voor W_{trein} beweegt het perron met grote snelheid langs de trein en verplaatst het licht zich tussen de spiegels langs schuine lijnen (zie figuur 14c). Dat blijkt niet het geval. Volgens W_{trein} moet dus de klok op het perron langzamer lopen als hij met zijn trein voorbij komt razen, dan wanneer hij met zijn trein langs het perron stilstaat.



Figuur 14c De waarnemer in de trein redeneert dat de lichtflits op het voorbijflitsende perron niet recht omhoog en omlaag gaat.

Voor beide waarnemers, elk in hun eigen referentiesysteem, geldt dat de klok van de andere waarnemer een factor γ (de ***gammafactor***) langzamer loopt dan de eigen klok, waarbij γ toeneemt met de onderlinge snelheid. Deze *tijdrek* of ***tijddilatatie*** betekent dat volgens een waarnemer in een inertiaalstelsel alle processen in een ander inertiaalstelsel langzamer zullen verlopen als dat stelsel hem met grote snelheid nadert of zich van hem verwijdert. Maar ze kunnen dit niet echt waarnemen, want nagaan of twee klokken even snel lopen of dat de ene klok sneller of langzamer loopt dan de andere kan alleen als ze niet ten opzichte van elkaar bewegen.

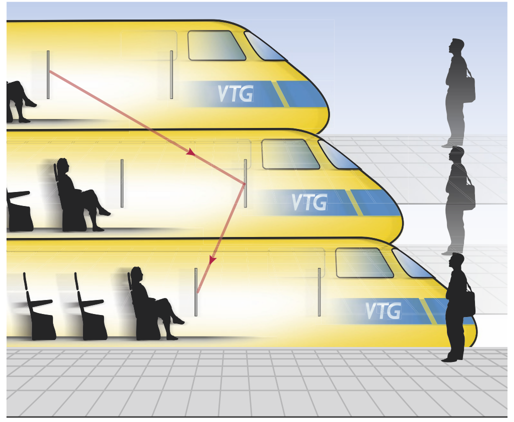


Figuur 15a Voor de waarnemer in de trein is de horizontale heenweg van de lichtflits tussen de verticale spiegels even lang als de terugweg.

Lengtekrimp

Het tweede gevolg van de absolute lichtsnelheid is *lengtekrimp*. Want als de klok in een ander inertiaalstelsel langzamer lijkt te lopen en meting van de lichtsnelheid in dat andere stelsel toch dezelfde uitkomst oplevert, zal de afstand in de bewegingsrichting in dat andere stelsel kleiner moeten zijn.

Als de waarnemer in de trein zijn lichtspiegelsysteem horizontaal zet (figuur 15a), redeneert de waarnemer op het perron dat het licht in de trein er op de heenweg tussen de spiegels langer over doet dan op de terugweg (zie figuur 15b). De langere reistijd van het licht op de heenweg wordt dan niet gecompenseerd door de kortere reistijd op de terugweg. De waarnemer op het perron redeneert dus dat vanaf het perron 'gezien' de tijdsduur voor het tussen de spiegels heen-en-weer kaatsen van een lichtsignaal in de trein langer is dan wanneer de trein stil zou staan. Doordat de lichtsnelheid in ieder inertiaalstelsel gelijk is en de tijdsduur in de trein gerekend een factor γ korter is dan gerekend vanaf het perron, moet in de rijrichting de afstand tussen de spiegels in de trein volgens de waarnemer op het perron dus ook kleiner zijn dan wanneer de trein stiltstaat naast het perron.

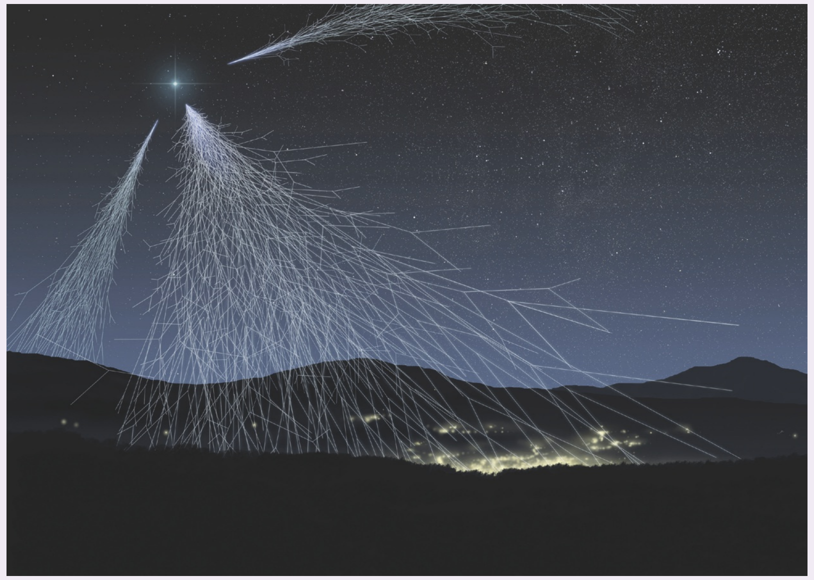


Figuur 15b De waarnemer op het perron redeneert dat het licht in de horizontale richting in de trein op de heenweg een grotere afstand aflegt dan op de terugweg.

Het krimpen van de lengte van de relativistisch snelle trein wordt *lengtekrimp* of ***lengtecontractie*** genoemd. Lengtecontractie treedt alleen op in de onderlinge bewegingsrichting van de inertiaalstelsels. Volgens de waarnemer op het perron is dus de lengte van de supersnelle trein gekrompen, zijn de mensen in die trein dunner dan normaal en gaan alle processen in die trein in slow-motion. En omgekeerd is volgens de waarnemer in de trein het perron korter en gaat alles op het perron in slow-motion.

VERVAL VAN MUONEN EN VLIEGENDE ATOOMKLOKKEN

Een mooi succes boekte de relativiteitstheorie bij de verklaring van de onverwacht lange halveringstijd van muonen in de atmosfeer van de aarde. Muonen ontstaan op een hoogte van 10 tot 20 km in de atmosfeer als gevolg van botsingen van kosmische straling met moleculen. Muonen hebben in het laboratorium een halveringstijd van 1,5 μs en een zeer grote snelheid, van 99,5 tot 99,95% van de lichtsnelheid.
Volgens de klassieke theorie zou de helft van de muonen al binnen 500 m zijn vervallen. Na 10 km in de atmosfeer zou er vrijwel geen enkel muon meer over zijn. Toch bereiken veel muonen het aardoppervlak. Dat wordt verklaard doordat voor een waarnemer op aarde de klok in het systeem van de muonen tien of meer keer zo langzaam loopt als de klokken op aarde. Alle processen in de bewegende systemen van de muonen gaan daardoor tien of meer keer zo langzaam als in het laboratorium en de halveringstijd is dan tien of meer keer zo groot. Daarmee tonen de muonen aan dat tijddilatatie reëel is.



Figuur 16 Impressie van een muonenshower

Voor een waarnemer die meereist met de muonen, verloopt het vervalproces normaal. De afstand vanaf de vorming van een muon tot het aardoppervlak is, in het muonsysteem, echter veel kleiner.

- De snelheid van een eenparig bewegend voorwerp kan alleen relatief (ten opzichte van een referentiesysteem) bepaald worden.
- Een inertiaalstelsel is een referentiesysteem dat eenparig rechtlijnig beweegt ten opzichte van andere referentiesystemen.
- De lichtsnelheid heeft in elk inertiaalstelsel dezelfde waarde. Elke snelheid in een inertiaalstelsel wordt bepaald in verhouding tot de lichtsnelheid.
- Bij twee inertiaalstelsels die ten opzichte van elkaar bewegen geldt voor een waarnemer in het ene systeem dat in het andere systeem de klok trager loopt (tijddilatatie) en alle lengtes in de bewegingsrichting korter zijn (lengtecontractie).

15 Waar of niet waar? Verbeter de onjuiste uitspraken.
- **a** De beweging van de aarde om de zon past bij een inertiaalstelsel.
- **b** Elke satelliet is een inertiaalstelsel, er werken geen krachten op.
- **c** Tijddilatatie wordt door een waarnemer in een snel bewegend ruimtevaartuig ook gemeten bij zijn eigen klok.
- **d** Een astronaut merkt dat bij grote snelheid zijn polsslag lager wordt.

16 De waarnemers Ankie en Bernard bewegen ten opzichte van elkaar met constante snelheid. Welke van de volgende grootheden hebben voor Ankie en Bernard dezelfde waarde?
- **a** de lichtsnelheid
- **b** de snelheid van een elektron
- **c** de lading van een elektron

17 Snelheden zijn altijd relatief.
- **a** Leg uit wat daarmee bedoeld wordt.
- **b** Leg uit waardoor je niet kunt bepalen of je stilstaat of beweegt.

18 Tijddilatatie kun je beredeneren aan de hand van een verticaal heen-en-weer kaatsende lichtpuls.
- **a** Wat wordt bedoeld met verticaal?
- **b** Wat wordt bedoeld met tijddilatatie?
- **c** Leg uit dat je de tijddilatatie van een klok in een ander inertiaalstelsel kunt beredeneren maar niet rechtstreeks kunt meten.
- **d** Leg uit dat het voor de tijdrek van de klokken in de supersnelle trein niet uitmaakt of de trein vooruit of achteruit langs komt razen.

19 Lengtecontractie kun je beredeneren aan de hand van een horizontaal heen-en-weer gaande lichtflits tussen verticale spiegels.
- **a** Wat wordt bedoeld met lengtecontractie?

Lengtecontractie kun je niet rechtstreeks meten.
- **b** Leg uit waardoor niet.
- **c** Leg uit dat het voor lengtecontractie niet uitmaakt of de trein vooruit of achteruit langs komt razen.

20 Muonen met een bepaalde energie en snelheid ontstaan op een hoogte van ongeveer 10 km boven het aardoppervlak uit kosmische straling. Als er geen sprake zou zijn van lengtecontractie, zou elke 460 m het aantal muonen halveren.

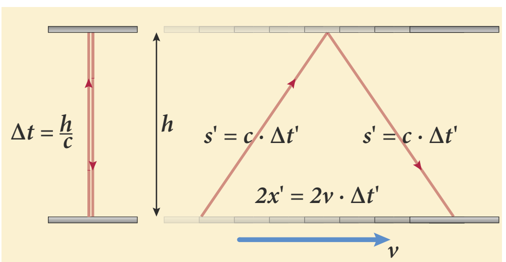
a Bereken hoeveel procent van de muonen dan het aardoppervlak zou halen.

Voor deze muonen geldt dat de afgelegde afstanden voor hen 10 × kleiner zijn vergeleken met de waarde die je vindt als aardse waarnemer.

b Bereken hoe hoog boven het aardoppervlak deze muonen ontstaan, gerekend vanuit het referentiesysteem van de muonen.

c Leg uit dat meer dan de helft van de muonen in de atmosfeer vervalt.

d Leg uit dat metingen aan het verval van muonen aantonen dat er sprake is van tijddilatatie voor de muonen.



Figuur 17 **Een lichtpuls gaat verticaal tussen twee spiegels op en neer.**

Grootheden zoals h, t, s, v en x in een ander inertiaalstelsel worden aangegeven met h', t', s', v' respectievelijk x'.

BEHEERSEN

Tijddilatatie

De tijddilatatie of tijdrek in een ander inertiaalstelsel dan dat van de waarnemer hangt af van de onderlinge snelheid van beide systemen. In figuur 17 zie je de schematische weergave van een verticaal heen-en-weer kaatsende lichtpuls in een denkbeeldige trein die met grote snelheid v een waarnemer op een perron passeert. h is de verticale afstand tussen de spiegels. Δt is de tijd die de lichtpuls nodig heeft om van de ene spiegel naar de andere spiegel te gaan, gemeten met de klok in de trein:

$$h = c \cdot \Delta t \qquad (1)$$

Volgens de waarnemer op het perron legt de lichtpuls in de trein een schuine afstand af, zodat de afgelegde weg groter is. Omdat de lichtsnelheid altijd gelijk is, neemt de waarnemer op het perron aan dat de lichtpuls er, volgens zijn perronklok, langer over doet: $\Delta t'$. De schuine afstand is dan gelijk aan:

$$s' = c \cdot \Delta t' \qquad (2)$$

In dezelfde tijd verplaatst de trein zich langs het perron over een horizontale afstand:

$$x' = v \cdot \Delta t' \qquad (3)$$

Volgens de stelling van Pythagoras en de vergelijkingen (1), (2) en (3) geldt nu:
$(c \cdot \Delta t')^2 = h^2 + (v \cdot \Delta t')^2$
Omwerken van deze vergelijking en invullen van vergelijking (1) geeft:

$$(c^2 - v^2) \cdot \Delta t'^2 = h^2 = (c \cdot \Delta t)^2$$

En dus:

$$\Delta t' = \frac{c \cdot \Delta t}{\sqrt{c^2 - v^2}} = \frac{\Delta t}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

De waarnemer op het station beredeneert dus een langere tijdsduur $\Delta t'$ voor hetzelfde proces dat in de trein Δt duurt. De verhouding tussen deze verschillende

tijdsduren of kloksnelheden heet de ***gammafactor*** (γ). De gammafactor wordt ook wel de Lorentz-factor genoemd, omdat de Nederlandse nobelprijswinnaar Hendrik Lorentz deze factor al eerder bedacht had. De formule voor ***tijddilatatie*** wordt dan geschreven als:

$$\Delta t' = \gamma \cdot \Delta t \quad \text{met} \quad \gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

De formule voor de gammafactor laat zien waarom er uitzonderlijk nauwkeurige klokken nodig zijn om tijddilatatie vast te kunnen stellen. Voor het International Space Station (ISS), dat met een snelheid van 7,7 km/s rond de aarde draait, geldt bijvoorbeeld: γ = 1,000 000 000 33. Er is dus extreem nauwkeurige apparatuur nodig om na verloop van tijd een verschil te kunnen vaststellen tussen de kloksnelheid in het ISS en op aarde.

Lengtekrimp

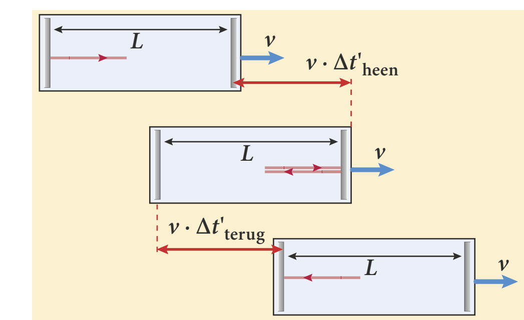
De lengtekrimp in een ander inertiaalstelsel dan dat van de waarnemer hangt af van de onderlinge snelheid van beide systemen. De lengte van een voorwerp wordt in het dagelijks leven bepaald met een liniaal of rolmaat. Maar volgens de relativiteitstheorie wordt de afstand bepaald door de tijdsduur van een lichtsignaal heen en terug.

Een trein rijdt met een relativistische snelheid v langs het perron. In figuur 18 zie je de schematische weergave van een set verticale spiegels in de trein op een onderlinge afstand L, waartussen een lichtsignaal in de bewegingsrichting van de trein heen-en-weer kaatst. Een waarnemer op het station beredeneert nu dat voor een lengte L in de trein moet gelden:

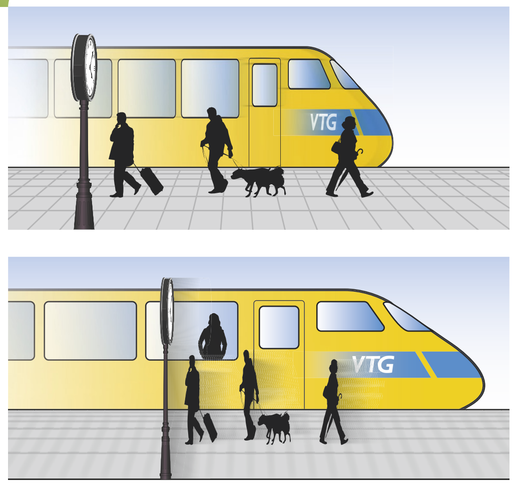
$$L' = \frac{L}{\gamma} \quad \text{met} \quad \gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

Hierin is L' de lengte (in m) die een waarnemer in een inertiaalstelsel (A) toerekent aan een lengte of afstand L in een ander inertiaalstelsel (B), v de onderlinge snelheid tussen beide inertiaalstelsels (in m/s), c de lichtsnelheid (in m/s) en γ de gammafactor (dimensieloos).

De redenering is omkeerbaar: voor een waarnemer in de trein is het perron een factor γ korter dan wanneer de trein stilstaat op het station. De afleiding van de lengtekrimp of lengtecontractie wordt in de context op de volgende pagina gegeven.



Figuur 18 **Tussen twee verticale spiegels in een rijdende trein gaat een lichtpuls heen-en-weer in de bewegingsrichting.**



Figuur 19 **Lengtecontractie is symmetrisch: voor beide waarnemers zijn de lengtes bij de ander korter.**

REKENVOORBEELD

Een ruimtevaartuig met een lengte van 100 m nadert een ruimtestation met een snelheid van 0,28*c*. Het ruimtestation is 200 m lang.

Vraag 1: Bereken de lengte van het ruimtevaartuig die het volgens een waarnemer in het ruimtestation heeft.

Antwoord 1: Bereken de gammafactor:

$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}} = \frac{1}{\sqrt{1-0{,}28^2}} = \frac{1}{0{,}96} = 1{,}042$$

Voor de waarnemer in het ruimtestation heeft het naderende ruimtevaartuig een lengte van:

$$L' = \frac{L}{\gamma} = \frac{100}{1{,}042} = 96\ \mathrm{m}$$

Vraag 2: Bereken de lengte van het ruimtestation die het volgens een waarnemer in het ruimtevaartuig heeft.

Antwoord 2: De waarnemer in het ruimtevaartuig berekent voor het ruimtestation een lengte van:

$$L' = \frac{L}{\gamma} = \frac{200}{1{,}042} = 192\ \mathrm{m}$$

FORMULE VOOR LENGECONTRACTIE

Een waarnemer in de trein meet voor de heenweg dezelfde tijd als voor de terugweg. Voor de totale tijd (heen en terug) geldt:

$$\Delta t = 2 \cdot \frac{L}{c} \qquad (1)$$

De waarnemer op het station beredeneert dat het lichtsignaal over de heenweg in de trein een langere tijd $\Delta t'_{\text{heen}}$ doet dan over de terugweg $\Delta t'_{\text{terug}}$, doordat de trein zich intussen verplaatst (zie figuur 18). Voor de waarnemer op het station is de afstand tussen de spiegels L', maar die kan hij niet meten.

Uit figuur 18 volgt: $\Delta t'_{\text{heen}} = \frac{(L' + v \cdot \Delta t'_{\text{heen}})}{c} \rightarrow \Delta t'_{\text{heen}} \cdot \left(1 - \frac{v}{c}\right) = \frac{L'}{c} \rightarrow \Delta t'_{\text{heen}} = \frac{\frac{L'}{c}}{\left(1-\frac{v}{c}\right)}$

en: $\Delta t'_{\text{terug}} = \frac{(L' - v \cdot \Delta t'_{\text{terug}})}{c} \rightarrow \Delta t'_{\text{terug}} \cdot \left(1 + \frac{v}{c}\right) = \frac{L'}{c} \rightarrow \Delta t'_{\text{terug}} = \frac{\frac{L'}{c}}{\left(1+\frac{v}{c}\right)}$

Heen en terug van het lichtsignaal duurt dus voor de waarnemer op het station:

$$\Delta t' = \frac{\frac{L'}{c}}{\left(1+\frac{v}{c}\right)} + \frac{\frac{L'}{c}}{\left(1-\frac{v}{c}\right)} = \frac{L'}{c} \cdot \left(\frac{1}{\left(1+\frac{v}{c}\right)} + \frac{1}{\left(1-\frac{v}{c}\right)}\right) \rightarrow$$

$$\Delta t' = \frac{L'}{c} \cdot \frac{1-\frac{v}{c}}{\left(1+\frac{v}{c}\right)\cdot\left(1-\frac{v}{c}\right)} + \frac{1+\frac{v}{c}}{\left(1+\frac{v}{c}\right)\cdot\left(1-\frac{v}{c}\right)} = \frac{L'}{c} \cdot \left(\frac{2}{\left(1-\frac{v^2}{c^2}\right)}\right)$$

$$\rightarrow \Delta t' = \frac{2 \cdot L'}{c} \cdot \gamma^2 \qquad (2)$$

Ook geldt vanwege tijddilatatie:

$$\Delta t' = \gamma \cdot \Delta t \qquad (3)$$

Uit de vergelijkingen (1), (2) en (3) volgt dan:

$$L' = \frac{L}{\gamma}$$

Hierin is L' de lengte (in m) die een waarnemer in een inertiaalstelsel (A) toerekent aan een lengte of afstand L in een ander inertiaalstelsel (B), v de onderlinge snelheid tussen beide inertiaalstelsels (in m/s), c de lichtsnelheid (in m/s) en γ de gammafactor (dimensieloos).

21 De paragraafvraag is: Hoe kun je lengtekrimp en tijdrek verklaren als gevolg van de voor iedereen gelijke waarde van de lichtsnelheid? Wat is het antwoord op deze vraag?

22 Je vliegt met relativistische snelheid over een voetbalveld van 50 m × 100 m. Je (be)denkt dat het veld vierkant moet zijn. Met welke snelheid vlieg je en in welke richting?

23 Een asteroïde scheert met een snelheid van 30 km/s op grote afstand langs de aarde. De diameter van de aarde is voor ons $1{,}274 \cdot 10^7$ m.
Bereken de diameters van de aarde die een waarnemer op de asteroïde in de bewegingsrichting én loodrecht erop aan de aarde toerekent.

24 Instabiele jodiumkernen met een halveringstijd van 8,0 d bereiken in een versneller een snelheid van 0,25*c*. Wordt de halveringstijd daardoor groter of kleiner of blijft deze gelijk? Geef een korte toelichting.

25 Astronaute Annemarie zit in een ruimteschip dat van de aarde wegvliegt en een snelheid 0,50*c* ten opzichte van de aarde heeft. Annemarie verliest gedurende 120 s op haar klok contact met de controletoren op aarde. Bereken hoelang het volgens de controletoren duurde dat het contact verbroken is geweest.

26 Muonen ontstaan op een hoogte van 10 tot 20 km in de atmosfeer door botsingen van kosmische straling met moleculen. Muonen hebben een halveringstijd van 1,5 μs en een zeer grote snelheid.

- **a** Laat met een berekening zien dat de 'halveringsafstand' van muonen klassiek gerekend niet groter kan zijn dan 0,46 km.

Uit metingen blijken muonen die uit kosmische straling ontstaan, een halveringsafstand van 4,6 km te hebben.

- **b** Hoe groot is door tijddilatatie de maximale halveringstijd van deze muonen?

27 Lengtekrimp en tijdrek gelden vice versa: voor twee waarnemers in verschillende inertiaalstelsels die met grote snelheid langs elkaar bewegen, geldt dat de ander in de lengterichting is gekrompen en dat de klok van de ander langzamer loopt. Zo meent waarnemer A dat 'de klok van B te langzaam loopt', maar waarnemer B beweert het tegenovergestelde.

- **a** Leg uit wat er niet goed is aan de uitspraak dat 'de klok van B te langzaam loopt'.

Een derde waarnemer C beweegt met constante snelheid ten opzichte van A én ten opzichte van B. De onderlinge snelheid tussen C en A is groter dan de onderlinge snelheid tussen C en B.

- **b** Leg uit dat volgens C de klok van B sneller loopt dan de klok van A.

28 Het uitgangspunt van de relativiteitstheorie is de hypothese dat de lichtsnelheid een absolute grootheid is die in ieder inertiaalstelsel dezelfde waarde heeft. Uit die hypothese zijn de lengtecontractie en de tijddilatatie afgeleid. De andere kant op redeneren kan ook.

- **a** Leg uit dat uit de formule voor lengtecontractie volgt dat de lichtsnelheid de maximale snelheid is.
- **b** Leg uit dat uit de formule voor tijddilatatie volgt dat de lichtsnelheid de maximale snelheid is.

29 Bij de afleiding van de lengtecontractie is gesteld: 'De langere reistijd van het licht op de heenweg wordt niet gecompenseerd door de kortere reistijd op de terugweg.' Dit klinkt vertrouwd als je een ervaren fietser bent.

- **a** Bereken de totale reistijd voor een fietstocht heen-en-weer op een recht traject van 10 km als je constant 25 km/h rijdt.
- **b** Bereken de totale reistijd heen-en-weer langs hetzelfde traject als je op de heenweg door wind mee 30 km/h rijdt en op de terugweg door tegenwind maar 20 km/h.

De vergelijking van de lichtpuls in de supersnelle trein en de fietser met wind gaat echter niet op.

- **c** Leg uit waardoor deze vergelijking niet opgaat.

In een andere vergelijking vaart een 100 m lang schip met een snelheid van 2 m/s langs een waarnemer op de kade. Op het schip fietst een man met 5 m/s van achter naar voren over het schip en weer terug naar achter.

- **d** Hoelang duurt de fietstocht van de man op de boot heen en terug volgens zijn eigen waarneming? En volgens de waarneming van de waarnemer op de kant?
- **e** Leg uit waardoor ook deze vergelijking met de lichtpuls in de supersnelle trein niet opgaat.

4 Ruimtetijddiagram en gelijktijdigheid

ONTDEKKEN

In het dagelijks leven zijn plaats en tijd onafhankelijke grootheden en is de tijd voor iedereen gelijk. In de relativiteitstheorie zijn plaats en tijd verbonden grootheden via begrippen als tijddilatatie en lengtecontractie. Lengte en tijdsduur zijn ook niet voor elke waarnemer gelijk, waardoor eenzelfde gebeurtenis vanuit verschillende referentiesystemen op verschillende tijdstippen waargenomen kan worden.

In de relativiteitstheorie is tijd de vierde dimensie. Met het begrip ruimtetijd wordt aangegeven dat die vier dimensies verbonden zijn. Doordat we diagrammen niet in vier dimensies kunnen tekenen, beperken we ons tot twee dimensies van ruimtetijd: plaats en tijd.

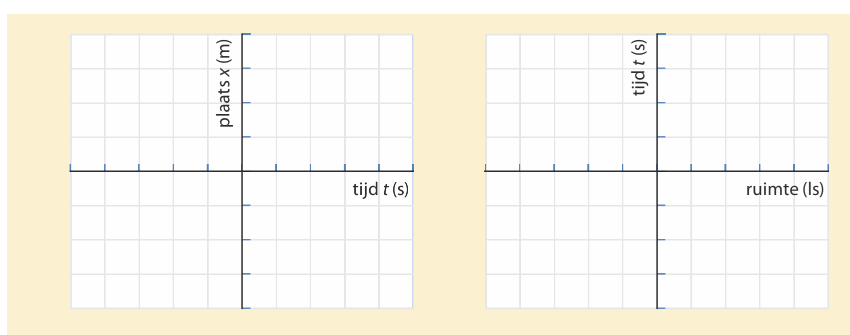
PARAGRAAFVRAAG

Hoe kun je gebeurtenissen en bewegingen weergeven in een ruimtetijddiagram en hiermee de (on)mogelijkheid van gelijktijdigheid onderzoeken?

BEGRIJPEN

Ruimtetijddiagram

In een x,t-diagram (figuur 20 links) wordt de tijd standaard op de horizontale as geplaatst. Maar in een ruimtetijddiagram geeft de horizontale as de ruimte (plaats) weer en de verticale as de tijd (figuur 20 rechts). Het ***ruimtetijddiagram*** wordt ook wel ***Minkowski-diagram*** genoemd, naar de bedenker Hermann Minkowski. Voor veel mensen zijn x,t-diagrammen en ruimtetijddiagrammen inzichtelijker dan formules.



Figuur 20 **Een x,t-diagram (links) en een ruimtetijddiagram (rechts)**

Doordat in de relativiteitstheorie vaak met grote snelheden wordt gewerkt, zouden er langs de ruimte-as heel grote waarden moeten staan. Om dat te vermijden en om de lichtsnelheid ook visueel constant te laten zijn in de diagrammen gebruiken we bij de horizontale as de lichtseconde (ls) als eenheid in plaats van de meter. Een lichtseconde is de afstand die het licht in 1 s aflegt. Als bijvoorbeeld $v = 0{,}40c$, dan is de afstand die elke seconde wordt afgelegd $\Delta x = 0{,}40$ ls.

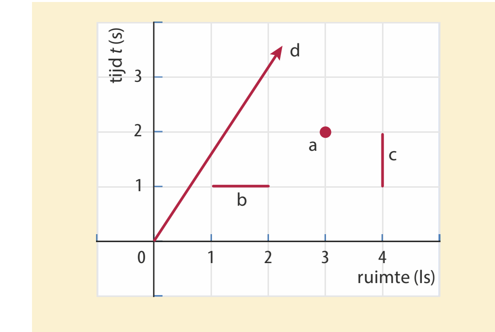
In het x,t-diagram is een beweging met constante snelheid een rechte lijn, en dat geldt ook in het ruimtetijddiagram. Doordat er alleen met eenparige bewegingen van referentiesystemen (inertiaalstelsels) en waarnemers wordt gewerkt in dit katern, zie je alleen rechte lijnen.

Gebeurtenis en wereldlijn

Elk punt in het ruimtetijddiagram stelt een ***gebeurtenis*** voor. De lijn die bij een stilstaand of bewegend voorwerp, deeltje, systeem of bij een lichtsignaal hoort noem je een ***wereldlijn***. In het ruimtetijddiagram van figuur 21 hebben punten en lijnen de volgende betekenis:

- a hoort bij één plaats en één tijdstip, dit is een gebeurtenis.
- b is de lengte (of afstand) op één tijdstip.
- c is een wereldlijn gedurende 1 s van een voorwerp op een vaste plaats in de ruimte.
- d is een wereldlijn van een voorwerp dat met constante snelheid beweegt.

De wereldlijn van een lichtsignaal heeft altijd helling 1, doordat licht elke seconde een afstand van één lichtseconde aflegt. Wereldlijnen van lichtsignalen gaan dus altijd precies diagonaal door de eenheidscellen van elk ruimtetijddiagram. Deze wereldlijn deelt de hoek tussen de assen in twee gelijke hoeken.

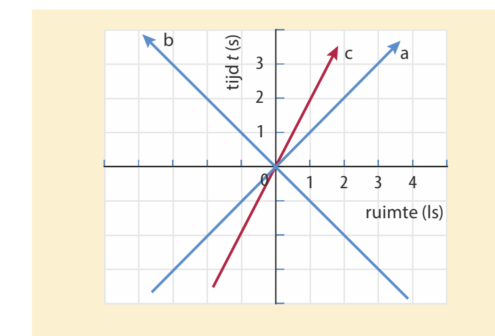


Figuur 21 **De betekenis van punten en lijnen in een ruimtetijddiagram**

In figuur 22 zie je drie wereldlijnen, twee blauwe wereldlijnen a en b voor twee lichtsignalen en een rode wereldlijn c voor een voorwerp dat met de helft van de lichtsnelheid beweegt. De lichtsignalen en het voorwerp passeren op $t = 0$ de waarnemer op positie $x = 0$.

- a is de wereldlijn van een lichtsignaal dat in positieve richting beweegt.
- b is de wereldlijn van een lichtsignaal dat in negatieve richting beweegt.
- c is de wereldlijn van een voorwerp dat, ten opzichte van de waarnemer in de oorsprong, met snelheid $0{,}50c$ in de positieve richting beweegt.

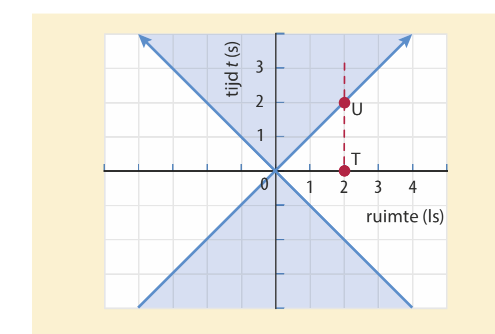
Net als bij een x,t-diagram zegt de helling van de lijn iets over de snelheid. Doordat de assen verwisseld zijn, is de snelheid echter niet gelijk aan de helling, maar aan het omgekeerde van de helling. Hoe steiler de lijn, des te kleiner is de snelheid. Voor de rode wereldlijn in figuur 22 is de helling 2,0. Het voorwerp legt een afstand van 1,0 ls af in 2,0 s. De snelheid is dus $0{,}50c$.



Figuur 22 **Drie wereldlijnen**

Lichtkegel

Een bewegend voorwerp gaat altijd langzamer dan de lichtsnelheid. De wereldlijn van een eenparig rechtlijnig bewegend voorwerp is dus een rechte die altijd steiler is dan de wereldlijn van licht. Als een voorwerp op $t = 0$ de oorsprong passeert, bevindt het voorwerp zich daarna altijd binnen het bovenste blauwe gebied in figuur 23. En voorafgaand aan $t = 0$ moet het voorwerp ergens in het onderste blauwe gebied zijn geweest. De toekomst van de waarnemer ligt binnen de bovenste kegel. De onderste kegel geeft weer waar de waarnemer zich in het verleden heeft kunnen bevinden. Stel dat in het ruimtetijddiagram een gebeurtenis T plaatsvindt op $x = 2$ ls en $t = 0$, bijvoorbeeld het begin van een tenniswedstrijd. De waarnemer in de oorsprong kan dat niet meemaken, het ligt buiten 'zijn' kegel. De waarnemer kan deze tenniswedstrijd op zijn vroegst vanaf 2 s na het begin meemaken. Zie figuur 23.

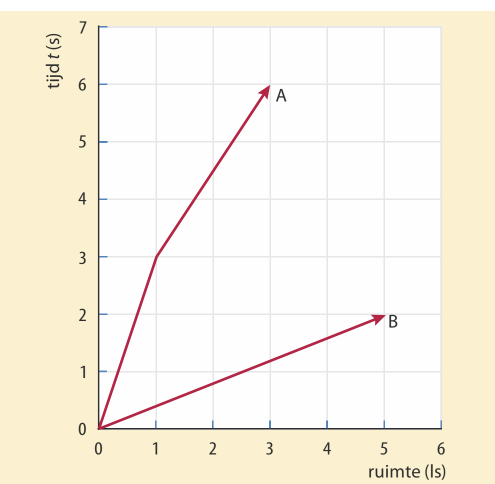


Figuur 23 **De lichtkegel en de wereldlijn van een bewegend voorwerp**

- In een ruimtetijddiagram staat ruimte (met eenheid lichtseconde) op de horizontale as en tijd (in seconde) op de verticale as.
- Een punt in het ruimtetijddiagram is een gebeurtenis (één positie, één tijdstip).
- De wereldlijn van een eenparige rechtlijnige beweging is in een ruimtetijddiagram een schuine rechte lijn.
- Bij een stilstaand voorwerp hoort een rechte wereldlijn, evenwijdig aan de tijd-as van het systeem waarin het voorwerp stilstaat.
- Bij een ten opzichte van de waarnemer bewegend voorwerp hoort een schuine wereldlijn. De snelheid van het voorwerp kun je bepalen uit de helling van de lijn.
- Een lichtsignaal beweegt altijd langs een diagonaal in een ruimtetijddiagram.

30 Waar of niet waar? Verbeter de onjuiste uitspraken.
- **a** In het ruimtetijddiagram is geen beweging in de negatieve tijd mogelijk.
- **b** In het ruimtetijddiagram is geen beweging in de negatieve ruimte mogelijk.
- **c** 1 ls is ongeveer 3 miljoen meter.
- **d** Wereldlijnen kunnen elkaar snijden.
- **e** De snelheid van een voorwerp is gelijk aan de helling van de lijn in het ruimtetijddiagram.
- **f** In een ruimtetijddiagram zijn de eenheden langs de assen hetzelfde.

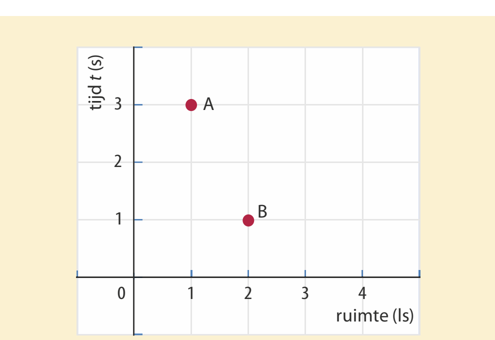
31 Een ruimtetijddiagram wordt op andere wijze getekend dan een x,t-diagram.
- **a** Welke grootheid staat in een ruimtetijddiagram langs de verticale as?
- **b** Leg uit of in een ruimtetijddiagram een wereldlijn van boven naar beneden kan lopen.
- **c** Teken het ruimtetijddiagram van een lichtsignaal in vacuüm dat op $t = 0$ vanuit de oorsprong in positieve richting wordt uitgezonden.
- **d** Teken het ruimtetijddiagram van een lichtsignaal dat in vacuüm op $t = 1{,}0$ s in de negatieve ruimterichting wordt uitgezonden.
- **e** Leg uit waardoor de wereldlijn van een lichtsignaal de hoek tussen de assen verdeelt in twee gelijke hoeken.



Figuur 24 Ruimtetijddiagram met twee wereldlijnen

32 In een ruimtetijddiagram gebruik je als schaalverdeling 1 hokje ≙ 1 s en 1 hokje ≙ 1 ls.
- **a** Welke schaal hoort bij de horizontale as?
- **b** Leg uit waardoor de gebruikte schaalverdeling (in seconde en lichtseconde) handig is voor het tekenen van bewegingen met grote snelheden.
- **c** Hoort bij een stilstaande waarnemer een verticale of een horizontale lijn?
- **d** Hoe teken je bij die schaalverdeling de wereldlijn van een voorwerp met een snelheid van bijvoorbeeld $0{,}60c$ of $0{,}80c$?

33 In figuur 24 zie je een ruimtetijddiagram. Wereldlijn A vertoont een knik.
- **a** Leg uit of bij die knik de snelheid toeneemt of afneemt.
- **b** Leg uit hoe je aan de getekende wereldlijn kunt zien dat de snelheid tot aan de knik gelijk is aan $\frac{1}{3}c$.
- **c** Bepaal de snelheid na de knik.
- **d** Leg uit waarom lijn B niet bij de beweging van een voorwerp kan horen.



Figuur 25 Ruimtetijddiagram met twee gebeurtenissen

34 **T** In figuur 25 zijn twee gebeurtenissen A en B aangegeven in een ruimtetijddiagram.
- **a** Op welke tijdstippen vinden de gebeurtenissen A en B plaats?
- **b** Hoe ver van de oorsprong vindt elk van beide gebeurtenissen plaats?
- **c** Teken vanuit punt B een lichtkegel. Gebruik de figuur op het tekenblad.
- **d** Leg uit dat iemand bij beide gebeurtenissen aanwezig kan zijn geweest.
- **e** Teken de wereldlijn van de waarnemer die bij beide gebeurtenissen aanwezig was.
- **f** Bepaal de grootte en richting van de snelheid van deze waarnemer.
- **g** Leg uit of een waarnemer in de oorsprong beide gebeurtenissen kan waarnemen.
- **h** Leg uit wanneer de waarnemer in de oorsprong gebeurtenis B gaat waarnemen als B bijvoorbeeld het begin van een brand is.

35 Schets in één ruimtetijddiagram de wereldlijnen van:
- **a** een raket met een constante snelheid;
- **b** een lichtsignaal dat van $t = 1{,}0$ s tot $3{,}0$ s vanuit de oorsprong wordt uitgezonden in de positieve richting;
- **c** een lichtsignaal dat vanuit de positieve richting komt en de waarnemer op $t = 3{,}0$ s in de oorsprong passeert.

36 In water is de lichtsnelheid $0{,}75c$. Op $t = 1{,}0$ s gaat op $x = 3{,}0$ ls onder een wateroppervlak een lamp aan, die licht in 'alle' richtingen uitzendt.
Teken in een ruimtetijddiagram de verspreiding van het licht in het water.
Neem het wateroppervlak als oorsprong en omhoog als positieve richting.

37 Teken in een ruimtetijddiagram de wereldlijn van een ruimteschip dat:
- **a** met $0{,}25c$ op $t = 0$ de oorsprong passeert in de positieve richting;
- **b** met $0{,}25c$ op $t = 2{,}0$ s de oorsprong passeert in de negatieve richting.

BEHEERSEN

Gebruik van het ruimtetijddiagram

Voor waarnemers in inertiaalstelsels die ten opzichte van elkaar met constante snelheid bewegen, is sprake van tijddilatatie en lengtecontractie bij de ander. Eén en dezelfde gebeurtenis kan daardoor op verschillende tijdstippen plaatsvinden voor verschillende waarnemers. En één en hetzelfde voorwerp kan verschillende afmetingen hebben voor verschillende waarnemers. Een ruimtetijddiagram kan in zulke gevallen een handig hulpmiddel zijn.

Afstanden en posities in inertiaalstelsels

Voorbeeld 1

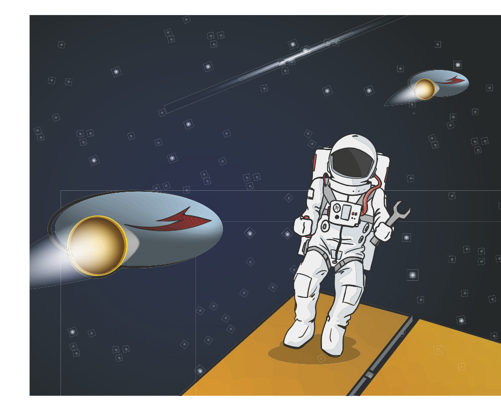
Yvonne staat op het perron van een ruimtestation (zie figuur 26a). Op $t = 0$ passeert Sander het station in zijn ruimteschip. Joris is het station dan al gepasseerd, en is in het systeem van Yvonne 3,0 ls verderop. Joris en Sander reizen met snelheid $0{,}400c$ achter elkaar aan.

Vraag: Hoe groot is de afstand tussen hun voertuigen volgens Sander en Joris?

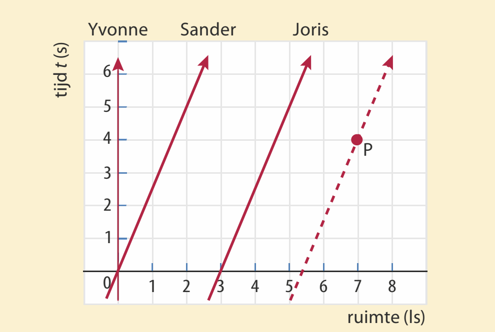
Antwoord: In figuur 26b zie je de wereldlijnen van Sander en Joris, getekend in het referentiesysteem van Yvonne. Sander en Joris hebben dezelfde snelheid, dus de afstand tussen hen is constant. De afstand tussen Sander en Joris lijkt 3,0 ls te zijn, maar dat is in het systeem van Yvonne. Voor haar zijn alle lengtes in en om de voorbijvliegende raketten van Sander en Joris een factor γ korter dan wanneer Sander en Joris niet zouden bewegen ten opzichte van Yvonne.

De gammafactor $\gamma = 1{,}09$ want: $\gamma = \dfrac{1}{\sqrt{1-\dfrac{v^2}{c^2}}} = \dfrac{1}{\sqrt{1-\left(\dfrac{2}{5}\right)^2}} = \sqrt{\dfrac{25}{21}} = 1{,}09$

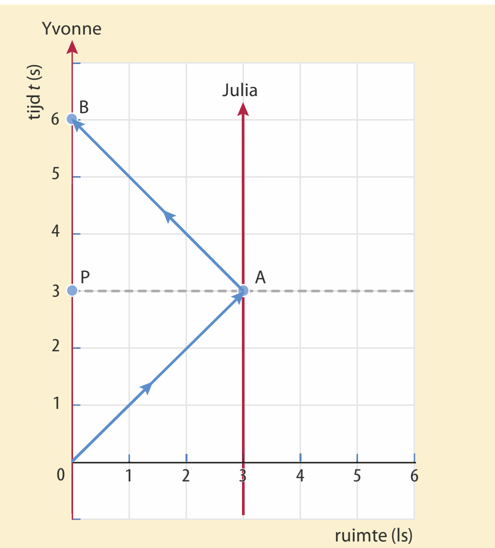
Vanuit een ruimtecapsule van Sander of Joris bepaald, is de afstand tussen hun capsules een factor γ groter dan in het referentiesysteem van Yvonne. De afstand tussen hun beider voertuigen is voor Sander en Joris dus $3{,}0 \text{ ls} \times \gamma = 3{,}3$ ls.



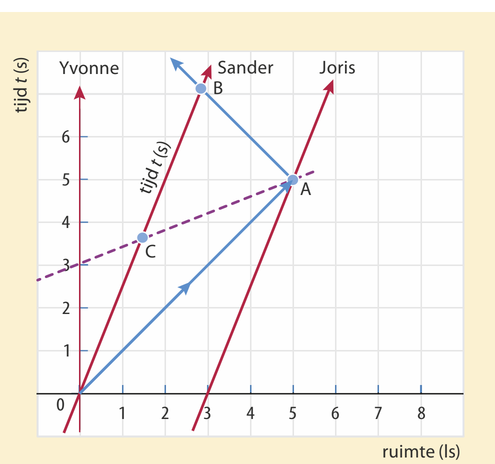
Figuur 26a Sander en Joris passeren in hun vaartuigen Yvonne op een ruimtestation.



Figuur 26b **Wereldlijnen van Sander en Joris getekend in het inertiaalstelsel van waarnemer Yvonne**



Figuur 27 **Voor synchronisatie van klokken wordt een lichtsignaal heen-en-weer gestuurd.**



Figuur 28a **Voor synchronisatie van klokken in inertiaalstelsels wordt een lichtsignaal heen-en-weer gestuurd.**

Voorbeeld 2

In figuur 26b is P een gebeurtenis in het systeem van Yvonne op tijdstip $t = 4{,}0$ s en op positie $x = 7{,}0$ ls.

Vraag: Op welke afstand van Sander vindt deze gebeurtenis plaats in zijn systeem?

Antwoord: In het stelsel van Yvonne is Sander op $t = 4{,}0$ s op positie $x = 1{,}6$ ls. In het systeem van Yvonne is de afstand tot P dus 7,0 – 1,6 = 5,4 ls. In het stelsel van Sander is die afstand dus 5,4 x γ = 5,4 x 1,091 = 5,9 ls.

Gelijkzetten van klokken

Alleen waarnemers die onderling niet bewegen kunnen hun klokken gelijk laten lopen. Daarvoor moeten ze op één moment gelijkgezet worden. Maar hoe vergelijk je tijdstippen als je niet bij elkaar bent?

Voorbeeld 3

Julia en Yvonne staan op enige afstand stil van elkaar op hetzelfde ruimtestation.

Vraag: Hoe kunnen ze hun klokken gelijkzetten?

Antwoord: In figuur 27 zijn hun wereldlijnen getekend. Op $t = 0$ zendt Yvonne een lichtsignaal naar Julia, die meteen een lichtsignaal naar Yvonne terugstuurt (gebeurtenis A) en ook dit tijdstip t_A volgens haar klok noteert. Yvonne ontvangt het teruggekaatste signaal op $t = 6{,}0$ s, en weet dan dat Julia het signaal 3,0 s eerder verzonden heeft. Want in hun stelsel is gebeurtenis P gelijktijdig met gebeurtenis A. De lijn AP geeft immers alle gebeurtenissen weer die gelijktijdig plaatsvinden in dit stelsel. Deze lijn evenwijdig met de ruimte-as wordt daarom een ***tijdlijn*** genoemd ($t = 3{,}0$ s).

Yvonne stuurt nu aan Julia de boodschap dat het tijdstip t_P op haar (Yvonnes) klok 3,0 s aanwees zodat Julia haar klok kan bijstellen.

Voorbeeld 4

In figuur 28a is in het systeem van Yvonne met behulp van een weerkaatsend lichtsignaal getekend welke gebeurtenissen voor Sander en Joris gelijktijdig zijn. In het stelsel van Sander (en van Joris) duurt de heenreis van een lichtsignaal van Sander naar Joris even lang als de terugreis (zie blauwe lijn).

In de stelsels van Sander en Joris vinden gebeurtenissen C en A daardoor op hetzelfde tijdstip plaats. De lijn CA is in hun stelsels dus een tijdlijn. Tijden in hun stelsel worden genoteerd met een accent: $t'_C = t'_A$.

Vraag: Welke tijd hoort in de stelsels van Sander en Joris bij deze tijdlijn?

Antwoord: Daarvoor kijk je naar het snijpunt van deze lijn met de verticale as, dus in het stelsel van Yvonne. Voor Yvonne zijn er 3,0 s verstreken tussen het passeren van Sander en het tijdstip van de lijn CA. En voor Yvonne loopt de klok in het stelsel van Sander een factor γ trager, waardoor geldt: $t'_C = t'_A = 3{,}0\ \text{s} \times \gamma = 3{,}3$ s.

Twee systemen in één ruimtetijddiagram

Je bekijkt opnieuw de situatie van Joris en Sander in het systeem van Yvonne (zie figuur 28b). De tijdlijn AC door gebeurtenis C geeft alle gebeurtenissen aan met dezelfde tijd in de systemen van Joris en Sander.

De wereldlijn van een lichtsignaal deelt de hoek tussen de tijd-as en de ruimte-as in tweeën. De ruimte-as in het systeem van Sander of Joris is dus evenwijdig aan de tijdlijn door C in het systeem van Yvonne (in figuur 28b). Getekend in het ruimtetijddiagram van Yvonne maken de assen van het ruimtetijddiagram van Sander (en Joris) dus geen hoek van 90° met elkaar.

Gelijktijdigheid

In het systeem van Sander en Joris hoort bij elk punt op de paarse stippellijn $t' = t'_A = t'_C$ hetzelfde tijdstip. Vanuit het systeem van Yvonne gezien hoort bij elke gebeurtenis op die lijn echter een ander tijdstip. In haar systeem zou een tijdlijn evenwijdig aan de horizontale ruimte-as liggen. In de relativiteitstheorie is de gelijktijdigheid van gebeurtenissen voor verschillende waarnemers in onderling bewegende inertiaalstelsels dus verschillend. Voor de ene waarnemer kunnen twee gebeurtenissen op hetzelfde moment plaatsvinden, terwijl ze voor een andere waarnemer in een ander systeem op verschillende tijdstippen plaatsvinden. Voor Joris en Sander vinden de gebeurtenissen A en C op hetzelfde moment plaats, maar voor Yvonne vindt gebeurtenis A later plaats dan gebeurtenis C.

Schaalverdelingen bij de schuine assen

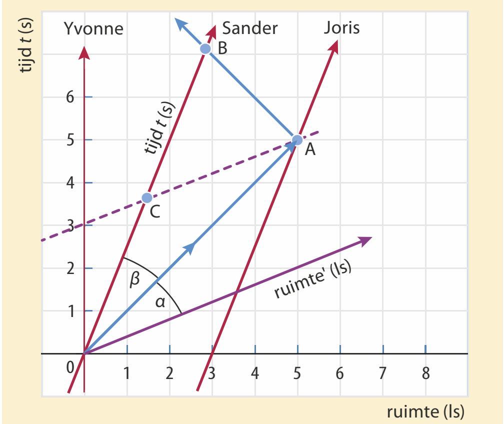
Om van de schuine assen van Sander (en Joris) een compleet assenstelsel te maken moet je de bijhorende schaalverdelingen uitrekenen en tekenen aan de hand van het systeem van Yvonne. Je kunt daartoe in het ruimtetijddiagram van figuur 28c bijvoorbeeld uitrekenen waar het verlengde van de tijdslijn $t' = 4{,}0$ s van Sander de tijdas van Yvonne snijdt. De onderlinge snelheid is:

$$v = \frac{2}{5} \cdot c \rightarrow \gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} = \frac{1}{\sqrt{1 - \left(\frac{2}{5}\right)^2}} = \sqrt{\frac{25}{21}} = 1{,}09$$

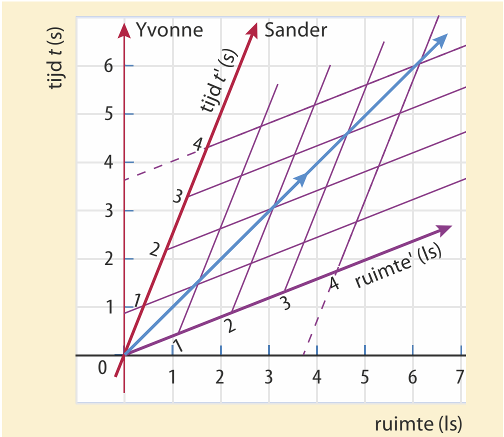
Gerekend vanuit het systeem van Sander loopt de klok van Yvonne trager met een factor γ, waardoor de tijdlijn $t' = 4{,}0$ s de tijdas van Yvonne snijdt bij $\frac{t'}{\gamma} = \frac{4{,}0}{1{,}09} = 3{,}7$ s. Dat is dus het snijpunt van de tijdlijn $t' = 4{,}0$ s met de verticale as van Yvonne. Vanuit dat punt kun je dus deze tijdlijn tekenen evenwijdig aan de paarse ruimtelijn. De andere schuine tijdlijnen met de schaalverdeling langs de schuine tijdas zijn dan daaronder te tekenen op afstanden van $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{2}$ en $\frac{3}{4}$ vanaf de oorsprong.

Om in het systeem van Sander de wereldlijnen met de bijbehorende schaalverdeling te tekenen, pas je dezelfde procedure toe. Het snijpunt van de doorgetrokken wereldlijn van 4 ls snijdt de ruimte-as van Yvonne bij 3,7 ls. En de andere schuine wereldlijnen liggen daar links van op afstanden van $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{2}$ en $\frac{3}{4}$.

Net als Yvonne had Sander zijn klok gereset in de oorsprong. Bij gebeurtenis C ziet hij 3,3 s op het scherm van zijn klok. Op dat moment denkt Sander dat de klok van Yvonne 3,0 s aanwijst, maar Yvonne zelf ziet 3,6 s op haar klok (3,3 s × γ). Deze schijnbare tegenspraak komt doordat Sander de klok van Yvonne helemaal niet kan zien. De gebeurtenis 'Sander kijkt op Yvonnes klok' is een gebeurtenis die alleen plaats kan vinden als de posities van Sander en Yvonne samenvallen, zoals in de oorsprong. Vergelijking van de kloksnelheden kan niet met een enkele waarneming.



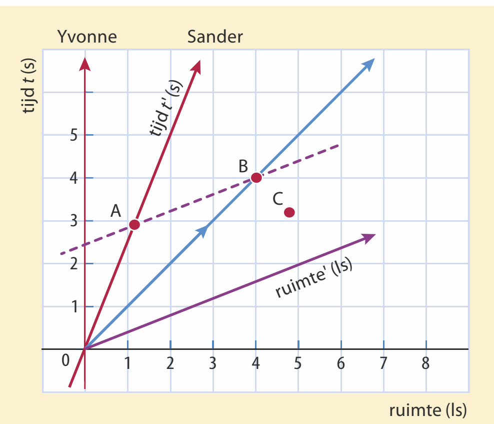
Figuur 28b **In het ruimtetijddiagram van Yvonne maken de assen van het ruimtetijddiagram van Sander (en Joris) geen hoek van 90° met elkaar.**



Figuur 28c **Schaalverdelingen maken**

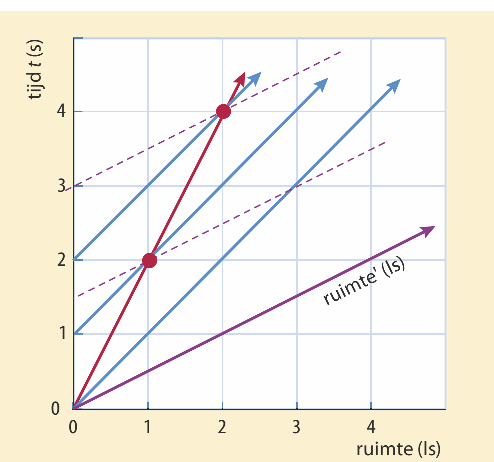
Sander en Joris kunnen ook niet op elkaars klok kijken maar na onderlinge communicatie achteraf over de gebeurtenissen A en C kunnen zij hun klokken gelijkzetten. Daarna blijven hun klokken gelijklopen.

Tijdstippen zijn niet universeel, een 'wereldklok' bestaat niet. En kloksnelheden zijn niet meetbaar te vergelijken. De lichtsnelheid heeft altijd en overal dezelfde waarde. Met dat principe worden in elk inertiaalstelsel tijdsduren en afstanden aan elkaar gekoppeld.



Figuur 29 Drie gebeurtenissen

Voorbeeld 5
In figuur 29 zie je drie gebeurtenissen A, B en C weergegeven in het systeem van Yvonne. Voor haar is de volgorde: eerst A, dan C en dan B. In het systeem van Sander liggen A en B op dezelfde tijdlijn. A en B gebeuren dus gelijktijdig. En C gebeurt vóór A en B.
Zijn in het ruimtetijdsysteem van waarnemer Yvonne de assen onderling loodrecht, dan zijn ze dat niet in een inertiaalstelsel van Sander die beweegt ten opzichte van Yvonne. Het systeem van Sander heeft andere tijdlijnen. Dat betekent dat gebeurtenissen die in het ene systeem gelijktijdig zijn, in het andere systeem niet gelijktijdig kunnen zijn.



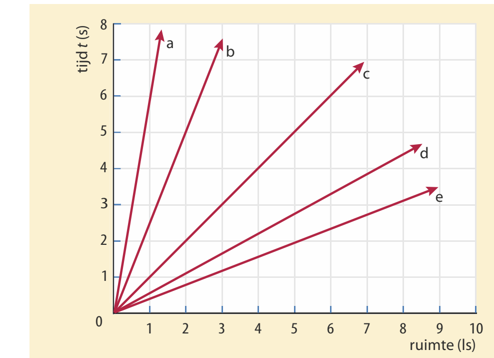
Figuur 30 Elke seconde een lichtflits

Voorbeeld 6
Een ruimtevaartuig passeert een ruimtestation met een snelheid van 0,500c. Het ruimtestation zendt elke seconde een lichtflits uit.
Vraag: Hoeveel tijd zit er voor een waarnemer in het ruimtevaartuig tussen twee opeenvolgende lichtflitsen?
Antwoord: Teken een tijd-as en een ruimte-as vanuit de oorsprong (rode en paarse lijn in figuur 30 van het referentiesysteem van het ruimtevaartuig). Teken vervolgens lichtflitsen die uitgezonden worden door het ruimtestation (dus vanaf de verticale as) op $t = 1{,}0$ s en $t = 2{,}0$ s (blauwe lijnen). De rode stippen geven aan wanneer die flitsen bij het ruimtevaartuig aankomen.
Voor het bepalen van die tijden teken je tijdlijnen evenwijdig aan de ruimte-as. Lees de snijpunten met de verticale as af: $t = 1{,}5$ s; $t = 3{,}0$ s enzovoort. Bereken die tijdstippen in het vaartuig met $t' = \gamma \cdot \Delta t$ (met $\gamma = 1{,}15$). Dat geeft $t' = 1{,}7$ s; $t' = 3{,}5$ s enzovoort.

Voor afstanden en tijden in inertiaalstelsels geldt het volgende:
- Alle punten op een wereldlijn evenwijdig aan een tijd-as in een inertiaalstelsel zijn gebeurtenissen met dezelfde positie in dat ruimtetijdsysteem.
- De wereldlijnen van waarnemers die niet onderling bewegen, lopen evenwijdig aan elkaar.
- Alle gebeurtenissen op eenzelfde tijdlijn in een inertiaalstelsel vinden plaats op hetzelfde tijdstip in dat ruimtetijdsysteem.
- De tijdlijnen van een inertiaalstelsel lopen evenwijdig aan elkaar.
- In elk ruimtetijdsysteem deelt de wereldlijn van een lichtsignaal vanuit de oorsprong de hoek tussen de ruimte-as en de tijd-as in twee gelijke hoeken.

38 De paragraafvraag is: Hoe kun je gebeurtenissen en bewegingen weergeven in een ruimtetijddiagram en hiermee de (on)mogelijkheid van gelijktijdigheid onderzoeken? Wat is het antwoord op deze vraag?

39 Bekijk figuur 31. De figuur geeft de beweging van Tim weer, die met $v = 0{,}40c$ een stilstaande waarnemer passeert.
- **a** Welke van de lijnen a t/m e is de wereldlijn van Tim?
- **b** Welke van de lijnen a t/m e is de tijdlijn van Tim?
- **c** Welke lijn hoort bij een lichtsignaal?



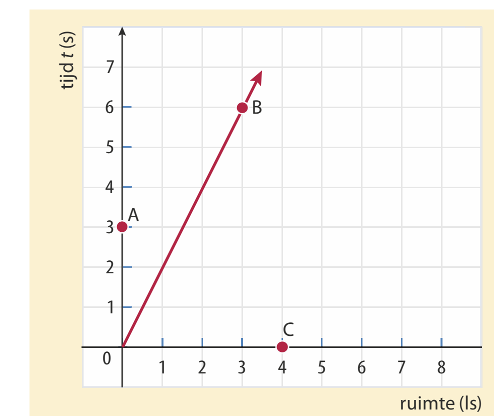
Figuur 31 De beweging van Tim

40 **T** Teken in één of meer ruimtetijddiagrammen op het tekenblad de volgende lijnen:
- **a** De wereldlijnen van een lichtflits vanuit de oorsprong.
- **b** De wereldlijnen van de uiteinden in de ruimtetijd van een liniaal van 1 ls lang, die op $t = 0$ tussen de punten $x = 1{,}0$ ls en $x = 2{,}0$ ls is uitgestrekt, en die met de helft van de lichtsnelheid naar rechts beweegt.
- **c** De wereldlijnen van twee spiegels die met de helft van de lichtsnelheid naar links bewegen, en die zich op $t = 0$ bevinden op $x = 0$ en $x = 1{,}0$ ls.
- **d** Teken de wereldlijn van een lichtflits die vanuit de oorsprong naar rechts beweegt en tussen deze twee spiegels heen-en-weer kaatst.

41 **T** In het ruimtetijddiagram van figuur 32 is de beweging van een ruimteschip ten opzichte van een ruimtestation weergegeven. In het diagram zijn ook drie gebeurtenissen A, B en C getekend.
- **a** Laat met een berekening zien dat voor de gammafactor bij deze beweging geldt $\gamma = 1{,}15$.

Bij gebeurtenis A wijst de klok in het station $t = 3{,}0$ s aan. Vanuit het ruimteschip gerekend loopt de klok op het station trager dan de eigen klok.
- **b** Bepaal bij A de tijd volgens een waarnemer in het ruimteschip.
- **c** Teken voor het ruimteschip de tijdlijn voor gebeurtenis B.
- **d** Welk tijdstip hoort in het ruimtestation bij B? En in het ruimteschip?

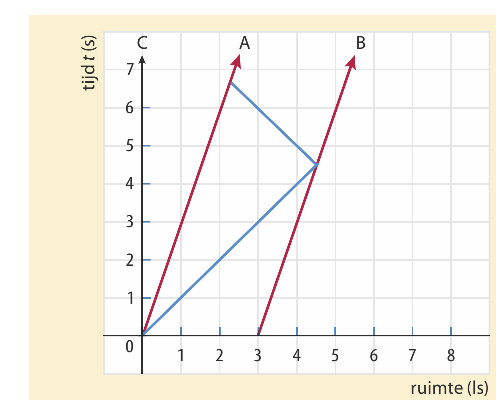
Bij gebeurtenis C geldt in het station $x = 4{,}0$ ls. Voor waarnemers in het ruimteschip zijn afstanden in het systeem van het station verkort.
- **e** Bereken in het systeem van het ruimteschip de afstand van de oorsprong tot gebeurtenis C.



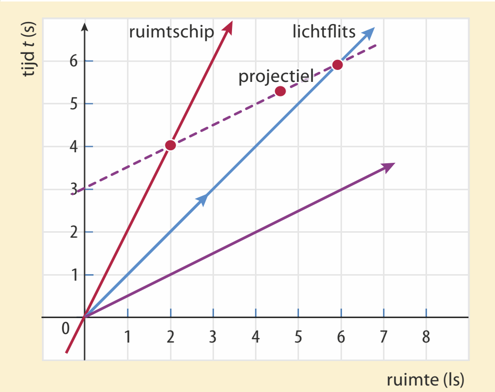
Figuur 32 Een ruimtetijddiagram van een ruimteschip

42 **T** In figuur 33 zie je twee bewegende waarnemers A en B in een ruimtetijddiagram van waarnemer C.
- **a** Hoe zie je dat de afstand AB constant is?
- **b** Hoe groot is de afstand AB gezien vanuit het systeem van C?
- **c** Bepaal de snelheid waarmee A en B bewegen volgens C.
- **d** Bepaal de afstand AB in de systemen van A en B.

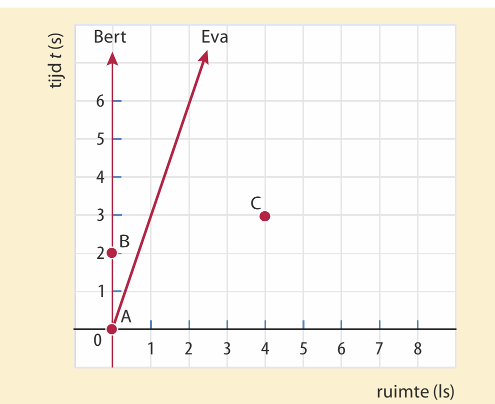
In figuur 39 zie je dat de waarnemers A en B hun klokken gelijkzetten door een lichtsignaal heen-en-weer te sturen.
- **e** Geef in de figuur op het tekenblad aan waar A zich bevindt op het moment dat het lichtsignaal door B weerkaatst wordt.
- **f** Op welk tijdstip t'_B in het systeem van A of B wordt het lichtsignaal door B weerkaatst?



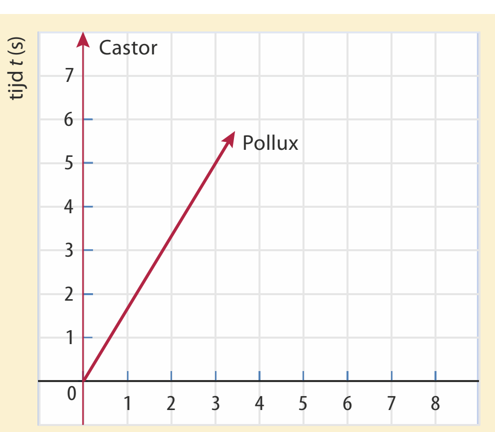
Figuur 33 Wereldlijnen van twee waarnemers A en B in het systeem van een waarnemer C



Figuur 34 Ruimteschip, projectiel en lichtflits



Figuur 35 Bert en Eva



Figuur 36 Castor en Pollux

43 In het ruimtetijddiagram van figuur 34 zijn de posities van een ruimteschip, een projectiel en een lichtflits getekend met rode stippen. De lichtflits en het projectiel zijn op $t = 0$ afgeschoten vanuit het ruimteschip.

- a Hoe kun je zien dat de drie rode stippen in het systeem van het ruimteschip gelijktijdig zijn?
- b Hoe kun je zien dat de snelheid van het ruimteschip de helft van de lichtsnelheid is?
- c Leg uit dat het projectiel zich niet rechts van de wereldlijn van de lichtflits kan bevinden.

44 Drie waarnemers bevinden zich op verschillende plaatsen maar ten opzichte van elkaar in rust.

- a Bedenk een methode waarmee ze alle drie hun klokken gelijk kunnen zetten.
- b Teken deze methode in een ruimtetijddiagram.

45 Twee ruimtestations P en Q bewegen met dezelfde snelheid in dezelfde richting. Een waarnemer op ruimtestation P stuurt om precies 12.00 uur een radiosignaal naar ruimtestation Q met de vraag hoe laat het daar is. Na 44 s ontvangt P een radiosignaal terug met de mededeling dat het op de klok in Q 12h 00m 30s was op het moment dat Q het signaal ontving en meteen weer retourneerde.

- a Hoe ver is het ruimtestation P van Q verwijderd?
- b Wat moet je doen om de klok in ruimtestation P gelijk te zetten met die in Q?

46 **T** In het ruimtetijddiagram van figuur 35 staat waarnemer Bert stil. Van waarnemer Eva is de wereldlijn getekend.

- a Bepaal de snelheid van Eva.
- b Teken op het tekenblad de tijdlijn door de oorsprong in het systeem van Eva.
- c Teken de tijdlijn in het systeem van Eva door gebeurtenis C.
- d In welke volgorde vinden de drie gebeurtenissen A, B en C plaats volgens Eva?
- e Bepaal welke tijdstippen horen bij de gebeurtenissen B en C in het systeem van Eva.

47 **T** Ruimteschip Pollux beweegt ten opzichte van ruimteschip Castor met 60% van de lichtsnelheid (zie figuur 36). Castor heeft een klok die éénmaal per seconde een blauwe lichtflits geeft.

- a Bereken hoeveel tijd er in het referentiesysteem van Pollux zit tussen het uitzenden van twee opeenvolgende blauwe flitsen van Castor.
- b Teken in het ruimtetijddiagram op het tekenblad de wereldlijnen van de lichtflitsen die op $t = 1{,}0$ s en $t = 2{,}0$ s worden uitgezonden door Castor.
- c Geef bij elke lichtflits het tijdstip aan waarop Pollux de lichtflits ontvangt.
- d Bepaal hoeveel tijd er in het systeem van Pollux zit tussen twee ontvangen blauwe lichtsignalen.

Pollux zendt steeds een groen lichtsignaal terug naar Castor op het tijdstip dat de blauwe lichtflits bij Pollux aankomt.

- e Teken de groene lichtsignalen in hetzelfde ruimtetijddiagram.
- f Bepaal hoeveel tijd er in het systeem van Castor zit tussen twee ontvangen groene lichtsignalen.

48 In figuur 37a zijn eerst de wereldlijnen van Sander en van een lichtsignaal door de oorsprong getekend in het ruimtetijddiagram van Yvonne. Daarna is de tijdlijn van Sander door de oorsprong getekend.

- a Leg uit dat deze tijdlijn de ruimte-as is van Sander, weergegeven in het systeem van Yvonne.
- b Leg uit dat de wereldlijn van een lichtsignaal vanuit de oorsprong altijd de hoek tussen de ruimte-as en de tijd-as in twee gelijke delen verdeelt.

In figuur 37b is het ruimtetijddiagram van Sander getekend in het systeem van Yvonne. Doordat de ruimte-as en de tijd-as van Sander een scherpe hoek maken, is de schaalverdeling niet rechthoekig maar ruitvormig.

- c Leg uit dat de schaalverdeling van het systeem van Sander zodanig moet worden getekend dat voor de gebeurtenis Q met $t' = 4{,}00$ s geldt: $t = 4{,}36$ s.

49 **T** In figuur 38 zie je een ruimtetijddiagram met de wereldlijn ($x' = 0$) en de tijdlijn ($t' = 0$) van een bewegende waarnemer in een stilstaand systeem. Gebruik het diagram op het tekenblad.

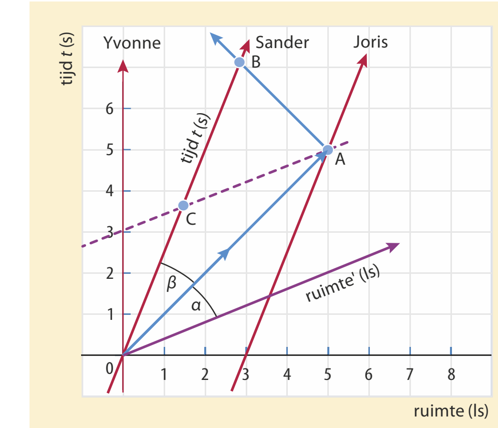
- a Ga na dat voor de bewegende waarnemer geldt $\gamma = 1{,}25$.

De wereldlijn en de tijdlijn zijn in feite de assen van het systeem van de waarnemer. Je gaat bij deze assen een schaalverdeling maken. Als eerste ga je de lijn $t' = 2{,}0$ s tekenen voor het bewegende systeem.

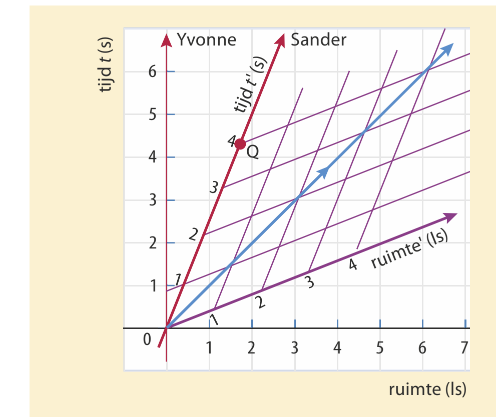
- b Leg uit dat daarbij in het stilstaande systeem hoort $t = 1{,}6$ s.
- c Teken de lijn $t' = 2{,}0$ s voor het bewegende systeem.
- d Teken ook de lijnen $t' = 1{,}0$ s, $t' = 3{,}0$ s en $t' = 4{,}0$ s.

Op dezelfde manier kun je verschillende wereldlijnen tekenen.

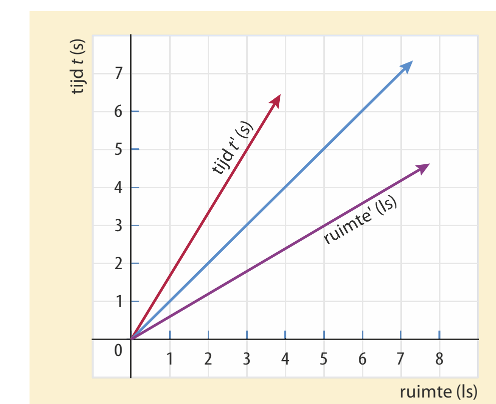
- e Teken de wereldlijnen $x' = 1{,}0$ ls, $x' = 2{,}0$ ls, $x' = 3{,}0$ ls en $x' = 4{,}0$ ls.



Figuur 37a



Figuur 37b Yvonne en Sander



Figuur 38 Schaalverdelingen maken

5 Niets sneller dan het licht

ONTDEKKEN

Een uitgangspunt van de relativiteitstheorie is de hypothese dat de lichtsnelheid voor iedere waarnemer altijd hetzelfde is. En ook dat geen enkel voorwerp (met massa) sneller kan gaan dan de lichtsnelheid in vacuüm. Maar wat gebeurt er dan in bijvoorbeeld een deeltjesversneller, als er steeds meer energie in een deeltje 'gepompt' wordt? Hoe kan het deeltje steeds sneller gaan, maar toch nooit sneller dan de lichtsnelheid? Waar blijft dan de toegevoerde energie?

In 1905, toen Einstein zijn speciale relativiteitstheorie publiceerde, was het nog slechts een hypothese dat de lichtsnelheid in vacuüm een bovengrens is voor elke snelheid. Maar sindsdien zijn alle waarnemingen hiermee in overeenstemming gebleken.

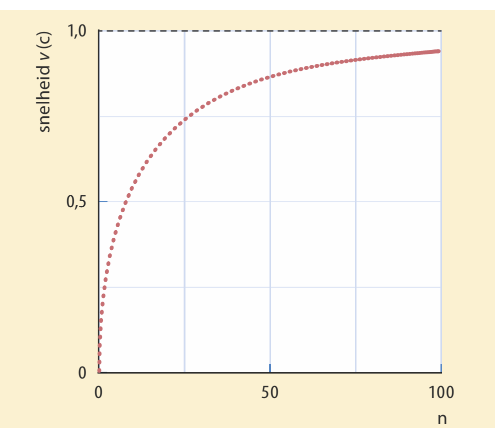
PARAGRAAFVRAAG

Hoe kun je verklaren dat niets sneller kan gaan dan de lichtsnelheid in vacuüm?

BEGRIJPEN

Deeltjes versnellen

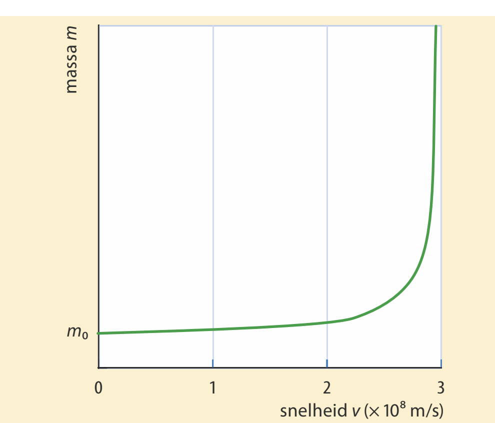
In een deeltjesversneller werkt een voorwaartse kracht op de deeltjes. Die kracht verricht arbeid, waardoor de energie van de deeltjes toeneemt. Volgens de tweede wet van Newton zorgt die kracht voor een versnelling, waardoor de snelheid toeneemt. Maar hoe vaak of hoe lang je ook kracht uitoefent op een deeltje, het zal nooit sneller gaan dan de lichtsnelheid in vacuüm. In figuur 39 zie je dat na elke keer versnellen de snelheid is toegenomen, maar ook na 100 × versnellen is de snelheid niet groter dan de lichtsnelheid. De lichtsnelheid is in het diagram een asymptoot voor de grafiek van de snelheid.



Figuur 39 **Versneld deeltje**

De verklaring is dat tijdens het versnellen niet alleen de snelheid van het deeltje toeneemt, maar ook de massa. Het deeltje krijgt daardoor een grotere traagheid. Voorwerpen met een grotere traagheid zijn moeilijker te versnellen, bij dezelfde kracht versnellen ze minder. Een deel van de aan het voorwerp toegevoerde energie wordt dan omgezet in 'extra massa' van het deeltje. De extra massa kun je beschouwen als een soort 'gecondenseerde energie'.

In figuur 40 is weergegeven hoe de massa van een deeltje toeneemt naarmate de snelheid van het deeltje groter wordt. De grafiek begint bij de waarde m_0, de ***rustmassa*** die het deeltje heeft als het stilstaat in het laboratorium. De lichtsnelheid is in het diagram een asymptoot voor de grafiek van de toenemende massa.
Het omzetten van energie in massa kan ook plotseling gebeuren, bijvoorbeeld bij paarvorming van een elektron en een positron uit gammastraling. Of als bij een botsing tussen snelle deeltjes nieuwe, zwaardere deeltjes ontstaan. Omgekeerd wordt massa omgezet in energie als een atoomkern een γ-foton uitzendt of als een uraniumatoom gespleten wordt. Door kernfusie in de zon wordt elke seconde $4{,}3 \cdot 10^9$ kg materie omgezet in stralingsenergie.



Figuur 40 **Toenemende massa**

Deeltjesversnellers

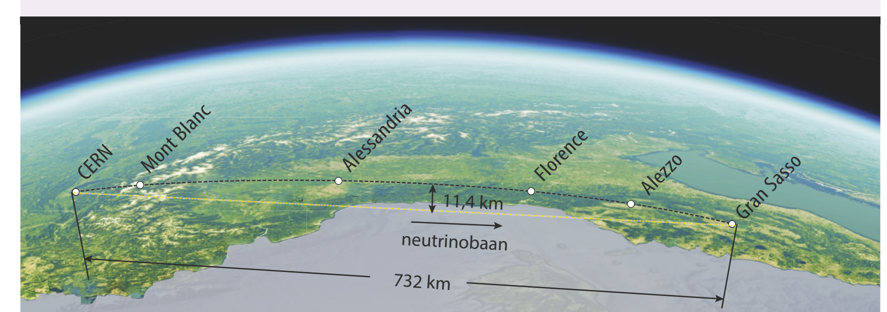
In een deeltjesversneller, zoals een cyclotron, wordt voortdurend energie in het deeltje 'gepompt'. Door de toenemende snelheid zal het deeltje steeds zwaarder worden. Daardoor is bijvoorbeeld bij een cyclotron een steeds grotere middelpuntzoekende kracht nodig om ervoor te zorgen dat het deeltje niet uit de bocht vliegt.

De Large Hadron Collider (LHC) van het CERN in Genève is de grootste versneller ter wereld. In de LHC worden protonen versneld tot bijna de lichtsnelheid. De energie van de protonen loopt dan op tot 8,0 TeV (tera-elektronvolt) en de snelheid tot meer dan 99,9% van de lichtsnelheid. De LHC is zo geconstrueerd dat ook protonen in de tegenovergestelde richting versneld kunnen worden, terwijl de eerder versnelde protonen in een 'parkeerbaan' rondjes draaien. De onderzoekers laten op die manier supersnelle protonen in een detector tegen elkaar botsen. Door die botsingen ontstaan allerlei zware elementaire deeltjes, die meestal in zeer korte tijd weer vervallen tot andere deeltjes.

NEUTRINODEELTJES TOCH NIET SNELLER DAN LICHT

In september 2011 werd een onverwachte waarneming gedaan in Italië. Wetenschappers berekenden uit meetresultaten dat neutrino's zich sneller dan licht hadden voortbewogen op hun reis dwars door de aarde tussen CERN in Zwitserland en Gran Sasso in Italië (zie figuur 41).
Op het moment van publicatie kon niemand een fout in hun rapport vinden. Omdat het een totaal onverwacht resultaat was, besloten de wetenschappers het toch te publiceren. Daardoor konden alle natuurkundigen naar eventuele fouten op zoek gaan. Later ontdekten de onderzoekers zelf dat de onverwacht hoge waarde veroorzaakt werd door een kleine loszittende glasvezelkabel. De signalen van de GPS-satellieten werden niet goed doorgegeven, ze liepen een achterstand van 60 nanoseconden op. De snelheid van neutrino's blijkt dus niet groter te zijn dan de lichtsnelheid en de relativiteitstheorie van Einstein is niet onderuitgehaald.

Bron: wetenschap.infonu.nl



Figuur 41 **De reis van de neutrino's door de aarde tussen CERN en Gran Sasso**

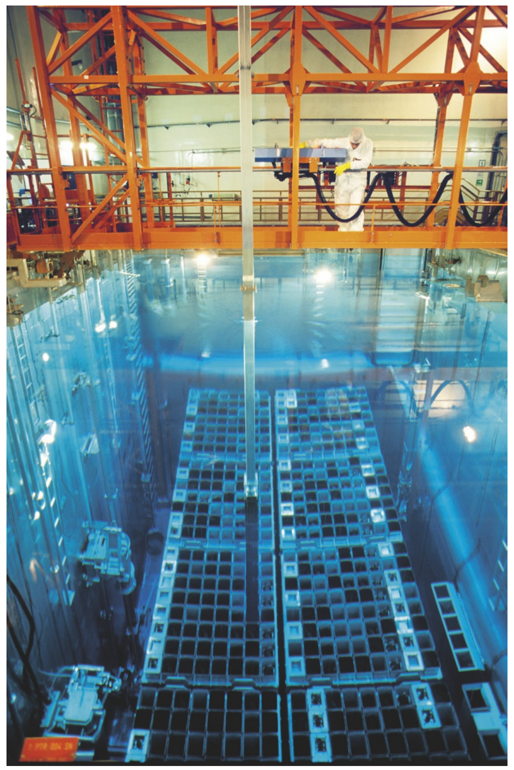
✱ Volgens de relativiteitstheorie neemt de massa van een deeltje toe naarmate zijn snelheid groter wordt. De energie die bij het versnellen wordt toegevoerd, wordt voor een deel omgezet in massa.

50 Waar of niet waar? Verbeter de onjuiste uitspraken.
- a Protonen kunnen in een versneller harder gaan dan de lichtsnelheid, mits ze voldoende energie bezitten, want het zijn geen elektromagnetische golven.
- b In een deeltjesversneller neemt de massa van het deeltje toe, de snelheid blijft gelijk.
- c De rustmassa van een proton is precies 1,0000 u.
- d De onderlinge snelheid waarmee relativistische deeltjes tegen elkaar botsen is altijd kleiner dan de lichtsnelheid.

51 Meestal bepaal je de massa van een voorwerp met een balans of weegschaal.
- a Leg uit dat deze bepaling de rustmassa van het voorwerp oplevert.
- b Leg uit waardoor je in het dagelijks leven geen verschil hoeft te maken tussen 'de massa' en 'de rustmassa' van een voorwerp.

De massa van een elektron dat met bijna de lichtsnelheid uit een versneller komt, kun je niet meten.
- c Leg uit hoe je de massa van een relativistisch elektron wel kunt bepalen.

52 In een kernreactor wordt een klein beetje massa omgezet in heel veel energie. Die energie wordt als bewegingsenergie 'meegegeven' aan de twee brokstukken van de gespleten uraniumkern en aan een paar neutronen uit diezelfde kern. Deze splijtingsproducten geven hun energie vervolgens af aan het koelmiddel van de reactor. In een reactor zoals die van ECN in Petten is water het koelmiddel. Uit dat water komt blauw licht. Dat licht wordt indirect veroorzaakt door de kernreacties. De brokstukken van de gespleten kernen zijn vaak instabiel en vervallen snel. Bij veel van die vervalreacties ontstaan zeer snelle bètadeeltjes. Vaak gaan die bètadeeltjes sneller dan het licht waardoor er licht ontstaat op soortgelijke wijze als de herrie die een supersoon vliegtuig maakt. Leg uit dat deze 'sneller-dan-het-licht-deeltjes' toch niet in tegenspraak zijn met de theorie van Einstein.



Figuur 42 Blauwe gloed in een kernreactor

BEHEERSEN

Relativistische massa

Uit experimenten met deeltjesversnellers blijkt dat voor de toename van de massa met de snelheid dezelfde gammafactor geldt als voor de lengte en de tijd:

$$m = \gamma \cdot m_0 \text{ met } \gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

Hierin is m de relativistische massa, m_0 de rustmassa van het deeltje (beide in kg), v de snelheid van het deeltje ten opzichte van het laboratorium en c de lichtsnelheid (beide in m/s).

Ook aan deze formule zie je dat de lichtsnelheid nooit bereikt kan worden. Als de snelheid van een massa gelijk zou worden aan de lichtsnelheid, zou de massa oneindig groot worden.

De rustmassa's van een proton, neutron en elektron staan in Binas. In die tabel wordt de rustmassa ook gegeven in MeV. Dat is de rustenergie die bij de rustmassa hoort, berekend met:

$$E_0 = m_0 \cdot c^2$$

De ***rustenergie*** heeft niets met de snelheid van het voorwerp te maken. Deze energie is altijd in een voorwerp aanwezig en hangt met de massa van het voorwerp samen. Je zou kunnen zeggen dat het de energie is die het heeft gekost om deze massa te maken, of de energie die vrijkomt als het deeltje annihileert (met zijn antideeltje).

In deeltjesversnellers krijgt een deeltje extra energie, in de vorm van bewegingsenergie, doordat het elektrisch veld arbeid verricht op het deeltje. Voor de energie van het deeltje geldt:

$$E = m \cdot c^2 = \gamma \cdot m_0 \cdot c^2 = \gamma \cdot E_0$$

Hierin is E de totale energie van het deeltje (in J), m de relativistische massa (in kg), m_0 de rustmassa (in kg), c de lichtsnelheid (in m/s) en E_0 de rustenergie (in J).

53 De paragraafvraag is: Hoe kun je verklaren dat niets sneller kan gaan dan de lichtsnelheid in vacuüm? Wat is het antwoord op deze vraag?

54 Een proton beweegt met 80% van de lichtsnelheid. Bereken de relativistische massa en de energie van het proton.

55 Een proton heeft bij zeer grote snelheid een relativistische massa van $8{,}0 \cdot 10^{-27}$ kg. Bereken de energie en de snelheid van het proton.

56 Hoeveel energie moet in een deeltjesversneller aan een proton worden toegevoegd, zodat de γ-factor gelijk wordt aan 1,500?

57 Veel relativistische effecten zijn alleen zichtbaar bij hoge snelheden. Wiskundig is af te leiden dat geldt: $\frac{1}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}} = 1 + \frac{1}{2} \cdot \frac{v^2}{c^2} + \frac{3}{8} \cdot \frac{v^4}{c^4} + \ldots$ met steeds hogere machten van $\frac{v^2}{c^2}$. Daarom wordt bij snelheden tot ongeveer 10% van de lichtsnelheid voor de gammafactor de benadering gebruikt:

$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}} = 1 + \frac{1}{2} \cdot \frac{v^2}{c^2} \qquad (1)$$

- a Bereken met deze benadering de gammafactor bij 10% van de lichtsnelheid in zes significante cijfers.
- b Hoeveel procent wijkt deze waarde af van de werkelijke waarde?

Bij lagere snelheden geldt als benadering voor de totale energie:

$$E = m_0 \cdot c^2 + \frac{1}{2} m_0 \cdot v^2 \qquad (2)$$

- c Leid formule 2 af met behulp van formule 1.
- d Leg uit dat formule 2 overeenkomt met de klassieke theorie over de energie van een bewegend deeltje.

REKENVOORBEELD

Een proton wordt in een cyclotron versneld met een versnelspanning van (in totaal) 2,25 GV.

Vraag: Bereken de massa en de snelheid van het proton nadat het versneld is.

Antwoord: De rustmassa van het proton is 938 MeV = 0,938 GeV.

De totale energie van het proton wordt dan:

$E = 2{,}25 + 0{,}938 = 3{,}19$ GeV

De massa bereken je met $E = m \cdot c^2$.

$$m = \frac{E}{c^2} = \frac{3{,}19 \cdot 10^9 \times 1{,}60 \cdot 10^{-19}}{(3{,}00 \cdot 10^8)^2} = 5{,}67 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$$

De gammafactor is $\gamma = \frac{m}{m_0} = \frac{3{,}19}{0{,}938} = 3{,}40$.

Nu bereken je de snelheid met $\gamma = \frac{1}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}$.

$$\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}} = \frac{1}{3{,}40} \text{ dus } \frac{v^2}{c^2} = 1 - \left(\frac{1}{3{,}40}\right)^2 = 0{,}9135$$

$v = 0{,}956c = 2{,}87 \cdot 10^8$ m/s

58 Een energierijk foton kan een elektron-positron-paar creëren.

- **a** Bereken de energie die het foton daarvoor moet bezitten.
- **b** In welk deel van het spectrum vind je dit foton?

59 De stralingsintensiteit van de zon net buiten de atmosfeer van de aarde is 1,4 kW/m^2. Het licht van de zon doet er 8,2 min over om de aarde te bereiken. Laat met een berekening zien dat het massaverlies van de zon $4{,}3 \cdot 10^9$ kg/s bedraagt.

60 Een elektron bereikt in een versneller een snelheid van 0,995*c*.

- **a** Hoe groot is de rustenergie van het elektron?
- **b** Bereken de totale energie van het elektron.
- **c** Bereken de toegevoegde energie aan het elektron.
- **d** Bereken de energie die aan het elektron moet worden toegevoerd om een snelheid van 0,998*c* te bereiken.

6 Verdieping

Tijddilatatie getoetst

Om de hypothese van tijddilatatie te toetsen werd door Keating en Hafele in 1971 het volgende experiment uitgevoerd. Ze plaatsten een paar atoomklokken in een straalvliegtuig en vlogen een rondje om de aarde. Na terugkomst vergeleken ze de aangegeven tijd op hun atoomklokken met de tijd die een stel atoomklokken aangaf die op het vliegveld waren gebleven. Keating en Hafele moesten wel allerlei correcties toepassen, omdat een vliegtuig geen inertiaalstelsel is. De klokken werden bij het opstijgen en landen versneld respectievelijk vertraagd, de baan was niet eenparig rechtlijnig en ook het vliegveld is geen inertiaalstelsel. Bovendien is er verschil tussen naar het oosten en naar het westen vliegen door het corioliseffect (zie het keuzekatern Geofysica). Ten slotte moesten ze nog corrigeren voor het feit dat de klok in het vliegtuig tijdens de vlucht een kleinere zwaartekracht ondervond dan de klok op de grond. Dit zijn bijna allemaal aspecten van de algemene relativiteitstheorie.
Na deze correcties constateerden ze een tijdverschil dat overeenstemde met het berekende tijdverschil uit de speciale relativiteitstheorie.

Figuur 43 Het experiment met atoomklokken

GPS

Navigatiesystemen maken gebruik van GPS (Global Positioning System). Het hart van GPS bestaat uit 24 satellieten die in 6 verschillende banen op een hoogte van 20 200 km om de aarde draaien. In elke satelliet bevinden zich uiterst nauwkeurige atoomklokken, geavanceerde computers en zend- en ontvangstapparatuur. In elke baan bevinden zich 4 satellieten en alle satellieten draaien in 12 uur rond de aarde. Daardoor zijn er voor elke plaats op aarde altijd minstens 6 GPS-satellieten boven de horizon. Je hebt minstens 3 satellieten nodig om je positie te bepalen, maar voor de nauwkeurigheid worden er meestal meer genomen.

De GPS-satellieten zenden voortdurend signalen uit met onder andere de tijd waarop het signaal wordt uitgezonden en door welke satelliet het wordt uitgezonden. Deze signalen reizen met de lichtsnelheid naar de GPS-ontvanger. Uit het tijdstip van ontvangst kan berekend worden hoe lang het signaal onderweg is geweest en dus ook hoe groot de afstand tussen satelliet en ontvanger op dat moment is. Door dit te doen met de tijd- en plaatsgegevens van minstens 3 verschillende satellieten bepaalt de GPS-ontvanger je positie.
De klok in de satelliet beweegt echter ten opzichte van de klok in de ontvanger van het navigatiesysteem. Ook al is die afwijking door tijddilatatie zeer gering, zonder voortdurende correctie van de klok in de satelliet beïnvloedt hij toch de nauwkeurigheid van de positiebepaling.

Figuur 44 Global Positioning System: 24 satellieten in 6 banen

61 In deze opgave over het experiment van Keating en Hafele mag je alle daarbij genoemde correcties verwaarlozen. Zowel het vliegveld als het vliegtuig kun je in deze opgave als inertiaalstelsels beschouwen.

- **a** Bereken de afstand die een vliegtuig aflegt tijdens een ronde om de aarde, als het een grootcirkel volgt en op 10 km hoogte vliegt. (Een grootcirkel is een cirkel met het middelpunt van de aarde als centrum.)
- **b** Bereken de tijd die een vliegtuig erover doet om met 800 km/h op 10 km hoogte een ronde om de aarde te vliegen langs een grootcirkel.

Een zeer nauwkeurige klok in het vliegtuig van vraag **b** wordt voor het opstijgen gelijkgezet met eenzelfde klok op het vliegveld.

c Bereken het tijdverschil tussen de klok in het vliegtuig en de klok op het vliegveld, als het vliegtuig weer geland is na de ronde om de aarde. Gebruik voor de berekening van de gammafactor de benadering van opgave 57. Substitueer deze formule direct in de formule voor het tijdverschil.

62 Leg uit waarom Keating en Hafele meer dan één atoomklok meenamen en er ook meer dan één atoomklok op het vliegveld stond.

63 In deze opgave mag je de GPS-satelliet en de GPS-ontvanger als inertiaalstelsels beschouwen.

a Laat met een berekening zien dat de baansnelheid van een GPS-satelliet 3,9 km/s is.

Zeer regelmatig wordt de klok in elke satelliet gelijkgezet met de masterklok in Colorado.

b Bereken hoeveel (ongeveer) de klok in een satelliet 1 uur na synchronisatie achter loopt ten opzichte van de klokken op aarde. Gebruik voor de berekening van de gammafactor de benadering van opgave 57. Substitueer deze formule direct in de formule voor het tijdverschil.

c Bereken hoe groot (ongeveer) de fout in de afstandsbepaling tot de satelliet is als gevolg van tijddilatatie.

De tweelingparadox

Een ***paradox*** is een schijnbare tegenstelling: het lijkt een tegenstrijdigheid, maar toch is er geen echte tegenstelling. Het bekendste voorbeeld in de relativiteitstheorie is de ***tweelingparadox***.

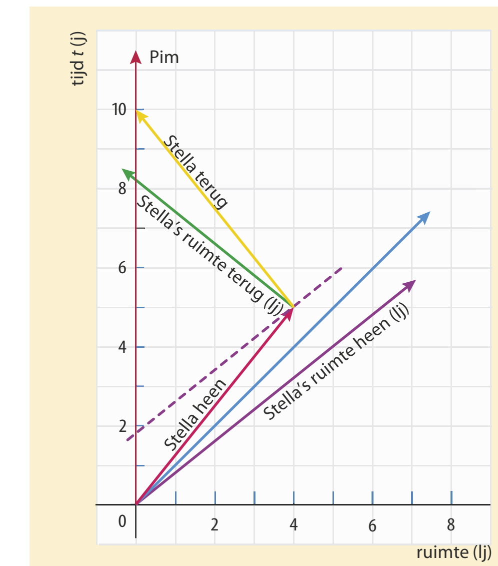
Pim en Stella vormen een tweeling. Stella gaat op ruimtereis met hoge snelheid en Pim blijft op aarde achter. Pim denkt dat Stella's klok trager loopt dan de zijne, hij ziet Stella immers met hoge snelheid wegvliegen. Hij verwacht dus dat Stella bij terugkomst minder oud is geworden dan hijzelf. Maar Stella denkt juist dat Pims klok trager loopt, zij ziet Pim immers eerst met hoge snelheid verdwijnen en jaren later weer op zich afkomen. Stella verwacht dus dat Pim jonger is gebleven. Dat lijkt tegenstrijdig, maar is dat ook zo? Wiens verwachting komt uit? Wat gebeurt er in werkelijkheid?

Figuur 45 Tweelingparadox: Wie is er ouder bij terugkomst?

De tweelingparadox berust op de denkfout dat Stella en Pim verwisselbaar zijn, snelheid is immers relatief volgens de relativiteitstheorie. Dat klopt wel tijdens de heenreis en de terugreis, maar niet tijdens het vertrek, het omkeren en het afremmen bij terugkomst. Alleen Stella gebruikt een raketmotor, Pim niet. Afremmen en optrekken is geen eenparige beweging. Hun rollen zijn dus niet verwisselbaar. Door die snelheidsveranderingen wisselt Stella van inertiaalstelsel, waardoor ze zich tijdelijk buiten het geldigheidsgebied van de speciale relativiteitstheorie bevindt.

Voorbeeld

De reis van Stella gaat over een afstand van 4,0 lj. Ze reist met een snelheid van 0,80c. Voor thuisblijver Pim duurt de reis dus in totaal 10 jaar, 5 jaar heen en 5 jaar terug.
Bij astronaut Stella is er sprake van lengtecontractie. De gammafactor is $\gamma = \frac{5}{3}$, dus de afstand is voor Stella slechts 2,4 lj. Stella doet dan 3 jaar over de heenreis en 3 jaar over de terugreis, in totaal 6 jaar. Pim is dus 4 jaar ouder geworden dan Stella.
In een ruimtetijddiagram (zie figuur 46) zie je wat er bij Stella gebeurt op het moment dat zij omkeert. In het systeem van Pim bevindt Stella zich dan op $x = 4{,}0$ lj en $t = 5{,}0$ j. Door dit punt is ook een tijdlijn van Stella getekend (paars gestippeld). Die lijn snijdt de as bij $t = 1{,}8$ j. Daarbij hoort in het systeem van Stella een tijdstip $t' = 3{,}0$ j. Stella ziet haar eigen klok op 3,0 j staan en de klok bij Pim op 1,8 j. Dat klopt want voor haar loopt de klok van Pim langzamer.
Op het moment dat Stella omdraait stapt zij als het ware in een ander inertiaalstelsel, met een andere (groene) tijdlijn. Haar wereldlijn is nu met geel weergegeven. In het diagram leest Stella af dat de klok van Pim verspringt van $t = 1{,}8$ j naar $t = 8{,}2$ j op het moment dat zij omkeert en aan de terugreis begint. Tijdens de terugreis komt daar (gezien vanuit het systeem van Pim) nog 1,8 j bij. Pim is dus 10 jaar ouder geworden en Stella 6 jaar.



Figuur 46 De tweelingparadox in een ruimtetijddiagram

64 Is het mogelijk dat ouders op ruimtereis gaan en bij terugkomst jonger zijn dan hun kinderen? Geef een korte toelichting.

65 Van een tweeling maakt één kind een zeer snelle ruimtereis. Is het mogelijk dat zij terugkeert, voordat de ander is geboren? Geef een korte toelichting.

7 Afsluiting

Begrippenkaart
Ga na of je van elk begrip goed weet wat het betekent.

Formules, grootheden en eenheden
Noteer bij elk symbool in de formule de naam van de grootheid en eenheid. Vermeld in welke situatie(s) de formule gebruikt wordt.

Samenvatting
Bestudeer de samenvatting.

Diagnostische toets
Test je kennis over dit katern.

Keuzeonderwerpen
1 GPS en relativiteitstheorie
2 Optellen van relativistische snelheden
3 Relativistisch dopplereffect
4 Lengtecontractie is niet waarneembaar

HOOFDSTUKVRAAG EN SAMENVATTING

66 De hoofdstukvragen zijn: Wat zijn voor de begrippen afstand en tijd de gevolgen van de hypothese dat de lichtsnelheid voor iedere waarnemer altijd dezelfde waarde heeft? En wat is het gevolg van de aanname dat niets sneller kan bewegen dan de lichtsnelheid? Geef een uitgebreid en compleet antwoord op deze vragen.

67 Maak een samenvatting van dit hoofdstuk door antwoord te geven op de volgende vragen:
- **a** Waarvoor was het experiment van Michelson en Morley belangrijk?
- **b** Welke grootheid heeft volgens Einstein een absolute waarde?
- **c** Wat is een referentiesysteem?
- **d** Wat is een inertiaalstelsel?
- **e** Waarin verschilt een ruimtetijddiagram van een x,t-diagram?
- **f** Wanneer is er sprake van lengtecontractie?
- **g** Wanneer is er sprake van tijddilatatie?
- **h** Leg uit wat bedoeld wordt met 'snelheden zijn relatief'.
- **i** Als een waarnemer bij een met grote snelheid passerende andere waarnemer tijddilatatie beredeneert, geldt dat dan ook voor de hartslag van die ander?
- **j** Leg uit waarom in een ruimtetijddiagram bij de ruimte-as als eenheid de lichtseconde wordt genomen.
- **k** Leg uit wat een gebeurtenis, een wereldlijn en een tijdlijn is in een ruimtetijddiagram en hoe die worden weergegeven.
- **l** Leg uit waardoor een tijdlijn in een ruimtetijddiagram evenwijdig loopt aan de ruimte-as.
- **m** Leg uit of de gebeurtenissen die op dezelfde tijd gebeuren op een wereldlijn of op een tijdlijn liggen.
- **n** Hoe teken je een tijdlijn van een wereldreiziger in een ruimtetijddiagram als de wereldlijn al getekend is?
- **o** Leg uit wanneer wereldlijnen evenwijdig aan elkaar lopen.
- **p** Leg uit dat je in een ruimtetijddiagram materiële snelheid bepaalt in verhouding tot de lichtsnelheid en niet door een afstand en een tijdsduur af te lezen en die door elkaar te delen.
- **q** Leg uit of bij een constante kracht op een voorwerp de snelheid steeds minder snel zal toenemen.
- **r** Wat betekent equivalentie van massa en energie?
- **s** Verklaar het verschil tussen de rustmassa en de relativistische massa van een deeltje.

EINDOPGAVEN

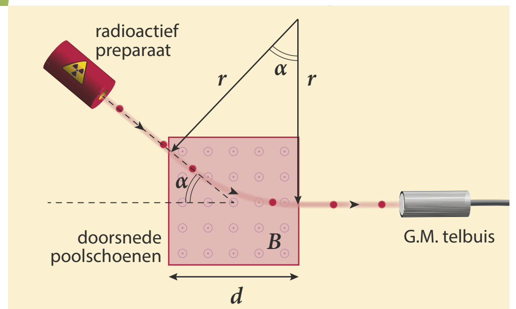
68 In flitspalen wordt de snelheid van auto's met radarapparatuur gemeten. In feite wordt niet de snelheid van de auto bepaald, maar de verhouding tussen de snelheid van de passerende auto en de lichtsnelheid.
- **a** Leg uit dat de politie er eigenlijk rekening mee moet houden dat het gereflecteerde signaal uitgezonden wordt in een systeem dat beweegt ten opzichte van de waarnemende agent.
- **b** Leg uit dat de snelheid die de agent meet eigenlijk een andere snelheid is dan die de snelheidsmeter in de auto aangeeft.

Voordat een automobilist een bon krijgt voor te hard rijden, wordt eerst een paar km/h van de gemeten snelheid afgetrokken. Dat is vanwege 'onnauwkeurigheid' van de meting.
- **c** Leg uit dat die onnauwkeurigheid geen relativistisch effect kan zijn.

69 Muonen ontstaan op ongeveer 20 km hoogte in de atmosfeer en hebben een halveringstijd van 1,5 μs. Stel dat deze muonen met een gemiddelde snelheid van 0,995c naar de aarde bewegen. Maak eerst berekeningen door gebruik te maken van de ideeën van Newton.
- **a** Bereken daarmee hoe lang de muonen over 20 km doen.
- **b** Bereken met je antwoord op vraag **a** hoeveel halveringstijden ze over een afstand van 20 km doen.
- **c** Bereken daarmee hoeveel maal zwakker de muonenstroom op aarde is dan op 20 km hoogte.

Voer opnieuw de berekeningen uit, maar nu volgens de ideeën van Einstein.
- **d** Bereken hoe groot de γ-factor is.
- **e** Bereken met die γ-factor hoe groot de halveringstijd is van deze snel bewegende muonen, voor een stilstaande aardse waarnemer.
- **f** Bereken nu daarmee hoeveel maal zwakker de muonenstroom bij het aardoppervlak is dan op 20 km hoogte.

70 Een grote ruimtesteen passeert de aarde rakelings met een snelheid van 0,50c. Vanaf 2,0 s vóór tot 2,0 s ná de passage volgt een waarnemingsstation op aarde de steen door middel van de terugkaatsing van lasersignalen, die om de seconde worden uitgezonden te beginnen op 2,0 s vóór de passage.
Teken in een ruimtetijddiagram het verloop van de lasersignalen en geef duidelijk aan op welke tijdstippen het teruggekaatste signaal het waarnemingsstation op aarde bereikt.



Figuur 47 De opstelling met de baan van het deeltje

71 In een radioactief preparaat bevindt zich een isotoop die β-deeltjes uitzendt. Om de energie van deze deeltjes te bepalen stuurt men ze door een magneetveld loodrecht op de bewegingsrichting. De β-deeltjes gaan daardoor een gedeelte van een cirkelbaan doorlopen. De opstelling staat schematisch in figuur 47. Voor de straal van de cirkelbaan geldt de 'klassieke' formule:

$B \cdot e \cdot v = \frac{m \cdot v^2}{r} \rightarrow r = \frac{m \cdot v}{B \cdot e}$

De GM-telbuis is zo opgesteld dat de straal r van de baan 8,0 cm is. De telbuis meet de grootste hoeveelheid deeltjes per 10 s bij een magnetische veldsterkte $B = 46$ mT.

a Bereken met de voorgaande gegevens de 'klassieke' snelheid van de β-deeltjes.

De uitkomst is in tegenspraak met het feit dat deeltjes niet sneller kunnen gaan dan de lichtsnelheid. De massa die je voor het elektron gebruikt hebt, is de rustmassa en dat is niet juist bij zulke snelheden.

b Bereken de snelheid nog eens met behulp van de relativistische massa in plaats van de rustmassa.

c Bereken de relativistische massa.

d Bereken de totale energie en de toegevoegde energie van de β-deeltjes in MeV.

Voor de absorptie van energie van de deeltjes in het preparaat en in hun baan door de lucht naar de teller moeten we nog een correctie van 0,08 MeV toepassen.

e Bereken de toegevoegde energie na correctie.

Leerdoelen

PARAGRAAF 2 LICHTSNELHEID EN ETHER

Ik kan		Acties
de volgende begrippen beschrijven en toepassen: ether, etherwind, referentiesysteem, inertiaalstelsel.	○	
uitleggen hoe Foucault de lichtsnelheid heeft gemeten.	○	
uitleggen hoe Michelson en Morley hebben aangetoond dat de hypothetische etherwind niet waarneembaar is.	○	
uitleggen wat bedoeld wordt met de absolute waarde van de lichtsnelheid als die gemeten wordt in een inertiaalstelsel.	○	

PARAGRAAF 3 TIJDREK EN LENGTEKRIMP

Ik kan		Acties
de volgende begrippen beschrijven en toepassen: tijddilatatie, lengtecontractie, gammafactor.	○	
met een voorbeeld uitleggen dat bij twee inertiaalstelsels die ten opzichte van elkaar bewegen voor een waarnemer in het ene systeem de klok in het andere systeem trager loopt (tijddilatatie) en alle lengtes in het andere systeem in de bewegingsrichting korter lijken te zijn (lengtecontractie).	○	
uitleggen dat de tijddilatatie en lengtecontractie afhangen van de onderlinge snelheid van beide inertiaalstelsels.	○	
berekeningen maken en redeneren met de formules voor tijddilatatie en lengtecontractie: $\Delta t' = \gamma \cdot \Delta t$ en $L' = \frac{L}{\gamma}$ met $\gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$.	○	

PARAGRAAF 4 RUIMTETIJDDIAGRAM EN GELIJKTIJDIGHEID

Ik kan		Acties
de volgende begrippen beschrijven en toepassen: ruimtetijddiagram, gebeurtenis, wereldlijn, tijdlijn, gelijktijdigheid.	○	
in een ruimtetijddiagram een gebeurtenis, de lengte van een voorwerp op één tijdstip en de wereldlijn van een voorwerp op een vaste plaats in een ander inertiaalstelsel weergeven.	○	
in een ruimtetijddiagram de wereldlijn van een met gegeven constante snelheid bewegend voorwerp en een lichtsignaal weergegeven.	○	

Ik kan		Acties
uit de wereldlijn van een voorwerp in het ruimtetijddiagram de constante snelheid van het voorwerp bepalen.	○	
in het ruimtetijddiagram van een stilstaande waarnemer uit de wereldlijnen van twee met dezelfde snelheid bewegende waarnemers een tijdlijn bepalen en daarmee de tijd- en ruimte-as van de bewegende waarnemers tekenen.	○	
met behulp van een ruimtetijddiagram uitleggen dat twee voor een met constante snelheid bewegende waarnemer gelijktijdige gebeurtenissen voor een stilstaande waarnemer niet gelijktijdig zijn en andersom.	○	
met behulp van een ruimtetijddiagram de volgorde van verschillende gebeurtenissen bepalen zoals twee met dezelfde snelheid bewegende waarnemers A en B die waarnemen.	○	

PARAGRAAF 5 NIETS SNELLER DAN HET LICHT

Ik kan		Acties
de volgende begrippen beschrijven en toepassen: rustmassa, relativistische massa, rustenergie.	○	
beschrijven hoe de massa en de energie van een deeltje afhangen van de snelheid van het deeltje.	○	
berekeningen maken en redeneren met de formules voor de relativistische massa en energie van een deeltje: $m = \gamma \cdot m_0$, $E_0 = m_0 \cdot c^2$ en $E = m \cdot c^2 = \gamma \cdot m_0 \cdot c^2$ met $\gamma = \dfrac{1}{\sqrt{1 - \dfrac{v^2}{c^2}}}$.	○	

Antwoorden op rekenvragen

K4

2	b	6,0 ls
4		$1{,}5 \cdot 10^{11}$ m
6	b	$2{,}99 \cdot 10^{8}$ m/s
9		0,5 m/s
12	f	0,5 m/s
20	a	$2{,}9 \cdot 10^{-5}$ %
	b	1,0 km
22		$2{,}6 \cdot 10^{8}$ m/s
23		bewegingsrichting $1{,}274 \cdot 10^{7}$ m
		loodrecht $1{,}274 \cdot 10^{7}$ m
25		$1{,}4 \cdot 10^{2}$ s
26	b	15 µs
29	a	48 min
	b	50 min
	d	man op boot: 40 s
		waarnemer op kant: 40 s
33	c	0,67c
34	f	−0,50c
41	b	3,5 s
	d	ruimtestation: 4,5 s
		ruimteschip: 5,2 s
	e	3,5 ls
42	c	$1{,}0 \cdot 10^{8}$ m/s
	d	3,2 ls
	f	3,2 s
45	a	$6{,}6 \cdot 10^{9}$ m
46	a	$\frac{1}{3}c$
	e	B: 2,1 s; C: 1,8 s
47	a	1,25 s
	d	2,0 s
	f	4,0 s
54		$2{,}8 \cdot 10^{-27}$ kg; $1{,}6 \cdot 10^{9}$ eV
55		$4{,}5 \cdot 10^{9}$ eV; $2{,}9 \cdot 10^{8}$ m/s
56		469 MeV
57	a	1,00500
	b	0,004%
58	a	$1{,}64 \cdot 10^{-13}$ J
60	a	0,511 MeV
	b	5,12 MeV
	c	4,61 MeV
	d	7,57 MeV
61	a	$4{,}009 \cdot 10^{7}$ m
	b	50,1 h
	c	$4{,}9 \cdot 10^{-8}$ s (= 49 ns)
63	b	0,30 µs
	c	90 m
69	a	$6{,}7 \cdot 10^{-5}$ s
	b	45
	c	$2{,}8 \cdot 10^{13}$ ×
	d	10,0
	e	15 µs
	f	22 ×
71	a	$6{,}5 \cdot 10^{8}$ m/s
	b	$2{,}7 \cdot 10^{8}$ m/s
	c	$2{,}2 \cdot 10^{-30}$ kg
	d	1,2 MeV; 0,71 MeV
	e	0,79 MeV

Register

Illustratieverantwoording

Omslag: Shutterstock / Brocreative

ASPERA / Novapix / L.Bret pag. 18
Lucien Chavan / ETH Zürich pag. 7
Science Photo Library / ANP pag. 36
Shutterstock / andrey pag. 6
Shutterstock / Boris Rabtsevich pag. 39 (lo)
Shutterstock / Nicku pag. 8

Newton

9 789006 987973